

Объединённый Институт Ядерных Исследований

На правах рукописи
УДК 538.945

Кузнецов Валентин Евгеньевич

**Введение третьего электромагнитного
диполя в физику нейтрино**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
Специальность: 01.04.16 – физика ядра и элементарных частиц

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
Дубовик В. М.

Дубна 1999

Посвящаю моей жене Ларисе

Содержание

1	Введение	7
2	Теория нейтрино	9
2.1	Типы нейтрино	10
2.1.1	Дираковские нейтрино	10
2.1.2	Майорановские нейтрино	11
2.2	Массы нейтрино	12
2.2.1	Массовые члены нейтрино	12
2.2.2	“See-Saw” механизм	13
2.3	Формализм нейтринных осцилляций	15
2.3.1	Осцилляции нейтрино в вакууме	15
2.3.2	Осцилляции нейтрино в веществе	17
2.4	Электромагнитные свойства нейтрино	22
2.5	Экспериментальные данные в физике нейтрино	24
2.5.1	Прямое измерение массы нейтрино	25
2.5.2	Эксперименты по поиску нарушения лептонного числа	28
2.5.3	Эксперименты по поиску нейтринных осцилляций .	30
2.5.4	Реакторные эксперименты	31
2.5.5	Ускорительные эксперименты	31
	LSND:	33
	KARMEN:	34
	CHORUS	35
	NOMAD:	36
2.5.6	Проблема атмосферных нейтрино	39
2.5.7	Проблема солнечных нейтрино	41
2.5.8	Общая интерпретация экспериментальных данных .	49
3	Тороидный момент нейтрино	52
3.1	История вопроса	52
3.2	Определение ТДМ нейтрино	53
3.3	Вычисление ТДМ нейтрино в рамках стандартной модели .	58
3.4	Дипольные моменты нейтрино в рамках стандартной модели	65
4	ТДМ нейтрино и его физические приложения	68
4.1	Упругое рассеяние нейтрино на электронах	69
4.2	Переходное излучение нейтрино	72

4.3	ТДМ и осцилляции нейтрино	77
4.4	Дипольные моменты нейтрино в средах	81
5	Заключение	83
6	Приложения	85
6.1	К вопросу об анапольной и мультипольной параметризациях	85
6.1.1	Мультипольные явно ковариантные параметризации векторного тока частиц со спином $\frac{1}{2}$	85
6.1.2	Мультипольные явно ковариантные параметризации псевдовекторного тока частиц со спином $\frac{1}{2}$. О свойствах анаполя.	88
6.1.3	Анаполь или Тороид	91
6.2	Правила Фейнмана для Майорановских частиц	92
6.2.1	Определение коэффициентов $A_{L,R}^{(x)}$ и $B_{L,R}^{(x)}$ в рамках стандартной модели.	94
6.3	Вычисление дисперсионных интегралов	99
6.4	Амплитуды и вклады в мнимые части тороидного форм-фактора нейтрино	106
6.5	К вопросу об электромагнитном токе Майорановского нейтрино	110

Список иллюстраций

1	Фейнмановские диаграммы, описывающие рассеяние нейтрино в веществе: слева $\nu_{e,\mu,\tau}N$ или $\nu_{e,\mu,\tau}e$ рассеяния с обменом Z-бозоном, справа – $\nu_e e$ рассеяние с обменом W-бозоном.	17
2	Эффективные массы нейтрино как функции плотности N_e . В случае когда нет осцилляций, флейворные собственные состояния соответствуют штриховым линиям. В случае адиабатического МСВ-эффекта сплошные линии представляют поведение флейворных нейтрино (для деталей см. текст).	21
3	Фейнмановские диаграммы, описывающие взаимодействие нейтрино с внешним электромагнитным полем, которое возможно только на петлевом уровне.	24
4	Фейнмановские диаграммы, описывающие $\beta\beta_{2\nu}$ и $\beta\beta_{0\nu}$ распады	28

5	Пределы на параметры $\bar{\nu}_e \leftrightarrow \bar{\nu}_x$ осцилляций Δm^2 и $\sin^2(2\theta)$ из реакторных экспериментов. Область справа от линий является запрещенной данными экспериментами. Заштрихованная область параметров соответствует разрешенным параметрам $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ осцилляций поставленная экспериментом Kamio- kande по изучению атмосферных нейтрино. 32
6	Энергетическое распределение для LSND событий в диапазоне $20 < E_e < 60$ MeV и событий с коррелированными фотонами от захвата нейтрона. Показано превышение данных над фоном (пунктирная линия) и ожидаемое распределение (сплошная линия) в предположении нейтринных осцилляций при больших Δm^2 [47]. 34
7	Параметры $\bar{\nu}_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ осцилляций с 90% точностью достоверности: E776 (пунктирная линия), KARMEN (штриховая линия), Bugey (штрих-пунктирная линия) и LSND (заштрихованная область [светлая для 90% уровня достоверности] и [темная для 99% уровня достоверности]). 35
8	Топология $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$ взаимодействий в мишени детектора CHORUS. 36
9	Топология $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$ в поперечной плоскости к пучку нейтрино. 37
10	Современные пределы на параметры осцилляций $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ и соответствующие кривые будущих ускорительных экспериментов (SBL – “short-base line” эксперименты, LBL – “long-base line” эксперименты). Для сравнения приведены разрешенные области из данных по атмосферным нейтрино. 39
11	Кандидат на распад очарованной частицы в детекторе NOMAD-STAR [55] по каналу $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + D^0 + \pi^+\pi^0 + N$, $D^0 \rightarrow K^- + \pi^+$, $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ 40
12	Угловое распределение для отношения R , измеренное КА- МИОКАНДЕ детектором. Штриховая и пунктирная линии соответствуют гипотезе существования $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ и $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляций. 42

13	Поток солнечных нейтрино, предсказываемый Стандартной Солнечной Моделью (ССМ) на поверхности Земли, как функция энергии нейтрино. Показаны основные процессы: pp , ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ (см. текст) и менее важные вклады, идущие от реакций $p+e^-+p \rightarrow {}^2\text{He}+\nu_e$ (пер), ${}^3\text{He}+p \rightarrow {}^4\text{He}+e^++\nu_e$ (гер) и бета распады ядер в CNO цикле, ${}^{13}\text{N}$ ${}^{15}\text{O}$ и ${}^{17}\text{F}$. Монохроматические линии даны в единицах $cm^{-2}s^{-1}$, а спектры в единицах $cm^{-2}s^{-1}MeV^{-1}$	43
14	Разрешенные области осцилляционных параметров (заштрихованные области) для объяснения дефицита солнечных нейтрино и соответствующие данные четырех экспериментов, см. обозначения на рисунке.	47
15	Общее положение дел в осцилляционной физике нейтрино. Показаны четыре области параметров нейтринных осцилляций для объяснения проблемы солнечных и атмосферных нейтрино, а также области, предсказываемые различными теоретическими моделями (заштрихованные области). В направлении стрелок от соответствующих кривых показаны запрещенные области осцилляционных параметров – Δm^2 и $\sin^2 2\theta$	50
16	Простейшая модель ТДМ. Показана конфигурация тока, обладающего тороидным дипольным моментом. Линии на торе соответствуют току циркулирующему внутри тора. . .	56
17	Фейнмановские диаграммы треугольного вида, отвечающие за ТДМ Майорановского нейтрино.	59
18	Фейнмановские диаграммы поляризационного типа, ответственные за ТДМ Майорановского нейтрино.	60
19	Фейнмановские треугольные диаграммы с $\ell\ell W$ промежуточным состоянием для тока частицы (слева) и античастицы (справа). 60	
20	Поведение тороидных форм-факторов трех флейворных Майорановских нейтрино в области энергии $0 \leq q^2 /2m_W^2 \leq 10^{-2}$	65
21	Фейнмановская диаграмма, дающая вклад в ширину процесса $\pi \rightarrow e\nu\gamma$ при наличии у нейтрино магнитного и электрического дипольных моментов.	68
22	Борновские вклады в сечение рассеяния $\nu + e \rightarrow \nu + e$. Третья диаграмма представляет собой вклад за счет радиационных поправок, вызванных ТДМ нейтрино и/или его магнитным моментом.	69

23	Поведение функций $f_{1,2}$, $\frac{\sigma_{\text{tot}}^\gamma}{\sigma_{SM}}$ и $\frac{\sigma_{\text{tot}}^{\gamma Z}}{\sigma_{SM}}$ как функции энергии нейтрино, см. текст.	71
24	Переходное излучение нейтрино на границе раздела двух сред ($z = 0$): $\nu(p_1) \rightarrow \nu(p_2) + \gamma(k)$	73
25	Слева: энергетическое распределение переходного излучения ТДМ нейтрино в зависимости от энергии фотона. Справа: угловое распределение полной энергии переходного излучения как функция $\cos \theta$	75
26	Полная энергия переходного излучения для перехода из среды в вакуум, $n_2 = 0$, при энергии нейтрино равной $E_\nu = 1\text{MeV}$	76
27	Замкнутый контур в плоскости $(\rho, \sigma \cdot \text{rot } \mathbf{B})$. Прямая линия показывает диапазон импульсов нейтрино, а точка соответствует условию геометрического резонанса для определенного импульса нейтрино.	80
28	Мысленный эксперимент по проверке геометрического резонанса. Нейтрино, идущие от источника, проходят две магнитные системы, которые имеют равное значение поля и плотности. Тем самым в плоскости $(\text{rot } \mathbf{B}, \rho)$ мы имеем замкнутый контур, при прохождении которого возникает геометрический резонанс.	81

Список таблиц

1	Модели нейтринных масс [14]. $\langle m_{\nu_e} \rangle$ – эффективные массы нейтрино.	14
2	Мировые данные по определению $m_{\nu_e}^2$ (вместе с указанными статистическими и систематическими ошибками). Предел на массу m_{ν_e} соответствует 95 % уровню достоверности. . .	26
3	Типичные параметры x , E и Δm^2 для различных источников нейтрино.	30

4	Моды распадов τ^- , использованные для поиска осцилляций в детекторе NOMAD. BR – парциальные вероятности различных мод распадов, ϵ – чувствительность к данной моде распада тау после применения критериев отбора кандидатов. N_τ^* – число ожидаемых событий при смешивании $\sin^2 2\theta = 5 \times 10^{-3}$ для больших Δm^2 и N_{BKG} – число ожидаемых фоновых событий. Использованная статистика $1.1 \times 10^6 \nu_\mu CC$ событий.	38
5	Сравнение отношений (ν_μ/ν_e) потоков атмосферных нейтрино для различных экспериментов.	41
6	Сравнение экспериментальных данных по измерению потоков солнечных нейтрино с тремя моделями Солнца. Для детектора КАМИОКАНДЕ и соответствующих теоретических предсказаний единицами являются $10^6 sm^{-2}s^{-1}$. Остальные данные приведены в единицах SNU (Solar Neutrino Unit, 1 SNU равен одному захвату нейтрино за секунду на 10^{36} атомов ядра). Первая ошибка представляет собой статистическую ошибку, а вторая – систематическую.	45
7	C-, P-, T-свойства различных электромагнитных взаимодействий.	54

1 Введение

В 1930 для объяснения закона сохранения энергии и углового момента в ядерном β -распаде Вольфган Паули ввел новую частицу, которую он назвал нейтрино. Он предположил существование нейтрального фермиона с массой порядка массы электрона и с проникающей способностью фотона [1]. В 1932 году Энрико Ферми также предположил существование новой легкой нейтральной частицы, отличной от тяжелого нейтрона, который был найден в том же году Чадвиком. В 1934 году Ферми формально развил теорию β -распада в рамках квантовой теории поля [2]. Хотя теория Ферми была великолепной и не было сомнений в существовании нейтрино, экспериментальное обнаружение данной частицы было затруднено из-за малого сечения ее взаимодействия с веществом. Величина сечения была оценена Бете и Пирсом: для энергии нейтрино 1 MeV равнялась 10^{-44} cm^2 [3].¹ В те времена такие значения были практически недостижимыми для экспериментаторов.

Прошло 20 лет, и в эксперименте по измерению обратного β -распада $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ группа Райнеса, используя поток реакторных нейтрино, идущих от прямого β -распада согласно теории Ферми, наблюдали данную реакцию [4, 5].

Существование второго типа нейтрино, отличного от ν_e , было предложено в конце пятидесятых годов, а его экспериментальное подтверждение пришло в 1962 году из Брукхейвенской Национальной лаборатории. Идея эксперимента состояла в наблюдении взаимодействия нейтрино, идущих от распадов пионов $\pi \rightarrow \mu + \nu_\pi$. Вместо ожидаемой $\nu_\pi + n \rightarrow e^- + p$ реакции (где предполагалось существование только одного типа нейтрино) шел процесс с образованием мюонов в конечном состоянии $\nu_\pi + n \rightarrow \mu^- + p$. Поэтому частица ν_π должна была отличаться от ν_e , и ей было дано название мюонного нейтрино, ν_μ .

В тоже самое время в теоретической физике начались исследования, которые привели к созданию так называемой Стандартной Модели (СМ). В 1956 Ли и Янг [6] ввели в теорию слабых взаимодействий нарушение четности и предложили несколько мысленных экспериментов по ее наблюдению по определенным асимметриям в слабых процессах. В 60-х годах Глэшоу, Вайнберг и Салам постулировали СМ [7]. Модель предсказывала существование

¹В дальнейшем мы будем использовать обозначения, принятые в мировой литературе, например, для обозначения меры длины: сантиметр – cm , и т.д.

нейтральных токов типа $\nu_{\mu}^{(-)} + e^{-} \rightarrow \bar{\nu}_{\mu}^{(-)} + e^{-}$. Этот процесс впервые был обнаружен в Церновском эксперименте с использованием камеры Gargamel в 1973 году [8].

После открытия в 1975 году τ -лептона группой Перла [9] теоретики сразу же, в силу кварк лептонной симметрии, предложили существование третьего типа нейтрино, ν_{τ} , до сих пор не зарегистрированного экспериментально. Косвенные указания на его существование были получены из экспериментов на LEP ускорителе в CERN. По данным этих экспериментов число легких нейтрино с массой менее 45GeV равно 2.983 ± 0.025 [10].

Хотя существующие теории и экспериментальные данные дают нам много информации о нейтрино, можно с уверенностью сказать, что природа нейтрино еще полностью не изучена. Так до сих пор экспериментально не измерена масса нейтрино, однако существует огромное количество экспериментальных данных, указывающих, что нейтрино обладает очень малой массой, плохо изучены их электромагнитные свойства. Различные загадки в нейтринной физике, такие как солнечная нейтринная проблема, аномалия атмосферных нейтрино и прочие, дали новый импульс в изучении электромагнитных свойств нейтрино. Так например, существование аномально большого магнитного момента нейтрино (порядка $10^{-10}\mu_B$) могло бы быть использовано для объяснения проблемы солнечных нейтрино. Однако в СМ магнитный момент нейтрино равен $\mu_{\nu} = 3 \times 10^{-19}\mu_B(m_{\nu}/1\text{ eV})$ и обращается в нуль, если масса нейтрино равна нулю. Правда, существование большого магнитного момента нейтрино предсказывается в некоторых моделях, выходящих за рамки СМ. Туманен вопрос и об электрическом дипольном моменте нейтрино. Однако о третьей электромагнитной характеристике нейтрино, о тороидном дипольном моменте (или анаполе, как его называл первоначально Я. Б. Зельдович), мало что известно даже теоретикам. Причиной тому – недостаточное понимание феноменологии классического электромагнетизма специалистами, занимающимися физикой нейтрино. В последующих главах мы попытаемся построить мост между этими двумя областями физики и сделать соответствующие выводы, касающиеся возможной электромагнитной природы нейтрино.

2 Теория нейтрино

Взаимодействия элементарных частиц описываются различными моделями релятивистской квантовой теории поля.² Рассмотрим частицу со спином $1/2$, например, нейтрино, которой сопоставим операторную волновую функцию $\psi(x)$, где аргумент $x \equiv x^\mu = (t, \vec{x})$. Она удовлетворяет уравнению Дирака

$$(i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) = 0, \quad (2.1)$$

и может быть записана как сумма двух вейлевских полей, $\psi = \psi_L + \psi_R$. Эти поля определяются уравнениями

$$\psi_L \equiv \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \psi \equiv P_L \psi, \quad \psi_R \equiv \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \psi \equiv P_R \psi, \quad (2.2)$$

где $\psi_{L,R}$ – так называемые левая и правая составляющие поля. Через фурье-представление, например, свободное поле ψ_L может быть записано в виде

$$\psi_L(x) = \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi)^3 2E}} [a_L(\vec{p}) u_L(\vec{p}) e^{-ip \cdot x} + b_R^\dagger(\vec{p}) v_R(\vec{p}) e^{-ip \cdot x}] \quad (2.3)$$

где a и b^\dagger – операторы рождения и уничтожения частиц, действующие на вектора состояния Гильбертового пространства чисел заполнения Фока. Поле ψ_L может уничтожить в нем одну лево-спиральную частицу или создать одну право-спиральную античастицу. Поле ψ^\dagger может создать одну лево-спиральную частицу или уничтожить одну право-спиральную античастицу. Для поля ψ_R ситуация строго противоположная. Поэтому лево-спиральные частицы ассоциируются с право-спиральными анти-частицами.

Зарядо-сопряженный партнер кирального поля определяется как

$$(\psi_L)^C = C(\bar{\psi}_R)^T, \quad C^{-1} \gamma^\mu C = -(\gamma^\mu)^T,$$

где C обозначает матрицу зарядового сопряжения. При зарядовом сопряжении роль операторов a и b в уравнении (2.3) меняется. Зарядовое сопряжение изменяет знаки электрического заряда частицы и барионного числа на

²Впоследствии мы будем пользоваться метрикой, данной в книге Бьеркина и Дрелла, и для общих вопросов, обсуждаемых в данной главе, мы отсылаем читателя к списку литературы [11, 12, 13, 14, 15, 16].

противоположное, но не меняет частицу в античастицу, поскольку изменение a и b на уровне свободных полей не соответствует физическим операторам взаимодействующей частицы. Поэтому при трансформации $(\psi_L)^C = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\gamma^0\psi^*$ зарядово сопряженный партнер лево-спиральному полю есть право-спиральное поле и наоборот.

2.1 Типы нейтрино

Нейтрино в минимальной $SU(2) \times U(1)$ модели – это электрически нейтральные, бесцветные, безмассовые частицы со спином $1/2$, сохраняющие свое лептонное число. Они имеют только одно определенное спиральное состояние, и называются вейлевскими нейтрино. Однако различные расширения СМ, включающие тем или иным образом $SU(2)_R$ симметрию, имеют нейтральные фермионы, синглеты по группе $SU(2)_R$, тем самым создавая возможность существования масс у дираковских нейтрино. С введением в СМ нового хиггсового представления можно генерировать майорановский массовый член. Более детальное рассмотрение данного вопроса может быть найдено в разделе 6.2.1.

2.1.1 Дираковские нейтрино

Заряженные лептоны и кварки – это дираковские лево- или право-поляризованные частицы и античастицы. Для того, чтобы записать лагранжиан свободного дираковского нейтрино, требуются все четыре киральные компоненты $\nu_L, \nu_R, (\nu_L)^C, (\nu_R)^C$. Однако наблюдаемыми для нейтрино являются только компоненты с отрицательной киральностью, т. е. ν_L и $(\nu_L)^C = \bar{\nu}_R$. Поскольку ν_R и $(\nu_R)^C$ не принимают участия в заряженных и нейтральных токах, то их принято называть стерильными нейтрино. Однако в рамках СМ они могут взаимодействовать с полем Хиггса. Лагранжиан и его массовый член для дираковского нейтрино может быть представлен как

$$\mathcal{L}^D = \overline{\nu^D} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \nu^D \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_{mass}^D = -m^D \bar{\nu} \nu = m^D \bar{\nu}_L \nu_R + h.c.^3 \quad (2.5)$$

Здесь мы ввели дираковский массовый член, m^D , отвечающий за интенсивность взаимодействия между левыми и правыми полями. Из выражения (2.5) видно, что оба поля, ν_L и ν_R , необходимы для описания дираковского

³ $h.c.$ означает знак эрмитового сопряжения.

массового члена. Отсутствие поля ν_R в минимальной СМ как раз соответствовало бы отсутствию массы у нейтрино. Нужно отметить, что дираковский массовый член инвариантен по отношению к глобальным преобразованиям $\nu \rightarrow e^{ia}\nu$. Тем самым лагранжиан \mathcal{L}_{mass}^D демонстрирует сохранение квантового числа, которое принято называть лептонным.

2.1.2 Майорановские нейтрино

В 1937 году молодой итальянский ученый Майорана [17] выдвинул блестящую идею о том, что нейтральная частица может быть идентична своей собственной античастице. Электрон, например, не может быть майорановской частицей в силу наличия у него заряда. Нейтрон также не может ей быть в силу наличия у него барионного числа. Однако для нейтрино, кроме сохранения лептонного числа, нет никаких ограничений, и эта частица может быть тождественна своей античастице. Это условие можно представить в виде требования:

$$\nu^M = (\nu^M)^C \equiv C \nu^M C^{-1}. \quad (2.6)$$

Поскольку $\nu_M \equiv \nu_M^C$, майорановские нейтрино не могут обладать также и магнитными моментами. Поле ν_M можно представить как линейную суперпозицию двух компонент, которые обладают лептонными числами $L = +1$ и $L = -1$, что может приводить в соответствующих процессах к нарушению лептонного числа $\Delta L = \pm 2$. Этот факт является основополагающим для попыток обнаружить безнейтринный двойной бета-распад. Свободный лагранжиан майорановского нейтрино может быть записан как

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} \overline{\nu^M} (i \gamma^\mu \partial_\mu - m) \nu^M, \quad (2.7)$$

где фактор $1/2$ принимает во внимание двойной вклад по сравнению с членом взаимодействия, который добавляется к свободному лагранжиану. Майорановский массовый член полей ν_L и ν_R можно представить следующим образом

$$\mathcal{L}_{mass}^L = -\frac{1}{2} m_L^M (\overline{\nu}_L \nu_L^C + h.c.) \quad \text{и} \quad \mathcal{L}_{mass}^R = -\frac{1}{2} m_R^M (\overline{\nu}_R \nu_R^C + h.c.) \quad (2.8)$$

Как видно, в нем связаны левые и правые поля. В рамках теории майорановского нейтрино на сегодняшний день можно легко объяснить малость нейтринных масс, если таковые вообще существуют, см. раздел 2.2.2.

2.2 Массы нейтрино

2.2.1 Массовые члены нейтрино

Предположим, что мы имеем $\nu_{L,j}$ и $\nu_{R,k}$ нейтрино, причем флейворные индексы j и k не обязаны совпадать. Каким образом можно построить массовый член для данного случая? Как мы уже знаем, в случае если нейтрино – дираковская частица, то соответствующий массовый член представляется массовой матрицей $M_{j,k}^D$ типа (2.5). Если нейтрино – майорановская частица, то ее массовый член будет представлен матрицами $M_{j,k}^L$ и $M_{j,k}^R$. Используя соотношение $\bar{\nu}_j(\nu_k)^C = \bar{\nu}_k(\nu_j)^C$, приходим к выводу, что массовые матрицы $M_{j,k}^L$ и $M_{j,k}^R$ должны быть симметричными.

В самом общем случае массовый член нейтрино в лагранжиане представляется в виде

$$\mathcal{L}_{mass} = \mathcal{L}_{mass}^D + \mathcal{L}_{mass}^L + \mathcal{L}_{mass}^R, \quad \mathcal{L}_{mass} = -\frac{1}{2}\bar{n} \begin{pmatrix} M^L & M^D \\ (M^D)^T & M^R \end{pmatrix} n^C + h.c. \quad (2.9)$$

где уже использовано соотношение $\bar{\nu}_{L,j} M_{j,k}^D \nu_{R,k} = (\bar{\nu}_{R,k})^C M_{j,k}^D (\nu_{L,j})^C$ для симметризации. Вектор n определяется следующим образом:

$$n \equiv \begin{pmatrix} (\nu_{L,1})^C \\ (\nu_{L,2})^C \\ \vdots \\ \nu_{R,1} \\ \nu_{R,2} \\ \vdots \end{pmatrix}.$$

Для нахождения масс нейтрино, соответствующих физическим состояниям, диагонализуем матрицу \mathcal{M} с помощью унитарной матрицы U

$$U \mathcal{M} U^T = \text{diag.}(\lambda_1, \lambda_2, \dots). \quad (2.10)$$

Здесь λ_i – собственные состояния массовой матрицы \mathcal{M} , причем $|\lambda_i| = m_i$ – масса i -го нейтрино. Поэтому массовый член в общем лагранжиане выглядит как

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mass} &= -\frac{1}{2} \bar{n} U^\dagger U \mathcal{M} U^T (U^\dagger)^T n^C + h.c. \\ &= -\frac{1}{2} [\lambda_1 \bar{\chi}_1 \chi_1^C + \lambda_2 \bar{\chi}_2 \chi_2^C + \dots] + h.c., \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $\chi_i = U n_i$ – представления физических нейтрино. Используя эрмитово сопряженные члены и тот факт, что поля χ_α представляют собой поля с определенной киральностью, получаем

$$\mathcal{L}_{mass} = -\frac{1}{2} [\lambda_1 (\overline{\chi_1 + \chi_1^C})(\chi_1 + \chi_1^C) + \dots]. \quad (2.12)$$

Интересно отметить, что данный лагранжиан может быть приведен к виду

$$\mathcal{L}_{mass} = -\frac{1}{2} \sum \lambda_i \overline{N}_i N_i \quad (2.13)$$

путем введения самосопряженных полей $N_i \equiv (\chi_i + \chi_i^C)$. Поэтому, когда оба массовых члена $M^{L,R}$ и M^D представлены в лагранжиане, то его диагонализация приводит к массовому члену, описывающему Майорановские нейтрино ($N_i^C = N_i$). Более детально данный вопрос изложен в разделах 6.2 и 6.2.1.

2.2.2 “See-Saw” механизм

Наиболее популярной моделью нейтринных масс является так называемая “See-Saw” модель [18]. Для простоты возьмем по одному лево- и правополяризованному состоянию нейтрино. Массовый член лагранжиана представлен (2.9). В предположении, что взаимодействие $M^L \overline{\nu}_L \nu_L^C$ отсутствует, массовый член в (2.9) выглядит как

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

где m и M дираковские и майорановские массы. Путем простого преобразования можно добиться, чтобы массовые члены m и M были реальными и положительными. Как было показано ранее, диагонализация матрицы \mathcal{M} приводит к существованию двух майорановских нейтрино, чьи собственные состояния массовой матрицы имеют вид

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} [M \pm \sqrt{M^2 + 4m^2}]. \quad (2.15)$$

Предположим теперь, что $M \gg m$. В этом случае одно майорановское нейтрино становится очень тяжелым, а второе – легким:

$$m_{heavy} \rightarrow M \quad \text{и} \quad m_{light} \rightarrow \frac{m^2}{M} \quad (2.16)$$

Это так называемый “see-saw” механизм возникновения физических масс нейтрино. Удобно ввести угол смешивания масс двух нейтрино как

$$\tan \theta \approx \frac{m}{M} \ll 1.$$

Легкое нейтрино ассоциируется с массой m_{light} и принимает участие в процессах, которые мы наблюдаем, в то время как тяжелое нейтрино с массой m_{heavy} определяет шкалу нарушения симметрии, в данном случае лептонного числа. Массу M выбирают различным образом. Наиболее популярная оценка – шкала, задаваемая теорией великого объединения (ТВО шкала). Эта модель может быть обобщена на случай трех нейтрино. С помощью “see-saw” механизма легко ввести иерархию нейтринных масс $m_{\nu_{e,\mu,\tau}} \sim (m_{u,c,t})^2/M$ [18]. Более детальное рассмотрение вопроса приведено в работах [14]. В таблице 1 мы демонстрируем наборы оценок нейтринных масс в различных моделях.

Модель	m_{ν_e}	$\langle m_{\nu_e} \rangle$	m_{ν_μ}	m_{ν_τ}
Дираковская	1 – 10 MeV	0	0.1 – 1 GeV	1 – 100 GeV
Майорановская (триплет Хиггса)	произвольная	m_{ν_e}	произвольная	произвольная
SUSY-GUT see-saw ($M \sim 10^{16}$ GeV)	10^{-13} eV	m_{ν_e}	10^{-8} eV	10^{-3} eV
Промежуточный see-saw ($M \sim 10^9$ GeV)	10^{-7} eV	m_{ν_e}	10^{-2} eV	10 eV
TeV see-saw ($M \sim 1$ TeV)	10^{-1} eV	m_{ν_e}	10 keV	1 MeV
легкий see-saw ($M \ll 1$ GeV)	1 – 10 MeV	$\ll m_{\nu_e}$	–	–
заряженный Хиггс	< 1 eV	$\ll m_{\nu_e}$	–	–

Таблица 1: Модели нейтринных масс [14]. $\langle m_{\nu_e} \rangle$ – эффективные массы нейтрино.

2.3 Формализм нейтринных осцилляций

Одним из наиболее интересных приложений существования массы нейтрино является эффект нейтринных осцилляций. Впервые осцилляции нейтрино рассматривались независимо в работах Б. Понтекорво [19] и Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata [20]. Для описания самой идеи достаточно рассмотреть флейворный базис нейтрино, т. е. нейтрино, участвующих в слабых взаимодействиях. Итак, для полноты рассмотрим базис трех нейтрино $\nu_\alpha = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$, которые представлены в лагранжиане взаимодействия

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ [\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L + \bar{\nu}_{\mu L} \gamma^\mu \mu_L + \bar{\nu}_{\tau L} \gamma^\mu \tau_L] + h.c. \quad (2.17)$$

Одна из особенностей данного лагранжиана состоит в том, что он сохраняет электронное, мюонное и таонное лептонные числа. В случае массивных нейтрино поля ν_α не обязаны совпадать с массовыми состояниями и связаны с ними посредством матрицы смешивания, диагонализующей массовый член лагранжиана

$$\nu_\alpha = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i \quad (2.18)$$

С учетом этого лагранжиан взаимодействия может быть представлен как

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ (\bar{\nu}_1, \bar{\nu}_2, \bar{\nu}_3)_L U^\dagger \gamma^\mu \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}_L + h.c., \quad (2.19)$$

где матрица U^\dagger – лептонная матрица смешивания, аналогичная матрице смешивания в кварковом секторе, СКМ [21]. Отметим, что существует множество представлений данной матрицы, см., например, [22].

2.3.1 Осцилляции нейтрино в вакууме

В присутствии недиагональных элементов матрицы смешивания, нейтрино данного флейвора за время t может перейти в нейтрино другого флейвора, двигаясь в вакууме. Мы знаем, что процес эволюции нейтрино может быть представлен как

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i e^{i(\vec{p}_i \vec{x} - E_i t)} U_{\alpha i} |\nu_i\rangle, \quad (2.20)$$

где мы сразу же связали флейворный и массовый базисы. Вероятность того, что нейтрино ν_α перейдет в нейтрино ν_β , дается выражением

$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 \\
&= \left| \sum_i e^{i(\vec{p}_i \vec{x} - E_i t)} U_{\alpha i} U_{i\beta}^\dagger \right|^2 \\
&= \sum_i \sum_j U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{i(\vec{p}_i - \vec{p}_j) \vec{x}} e^{-i(E_i - E_j)t} \quad (2.21)
\end{aligned}$$

В релятивистском случае $p = |\vec{p}| \gg m_i$ и энергия нейтрино может быть представлена как

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p} \approx p + \frac{m_i^2}{2E}. \quad (2.22)$$

Тогда выражение (2.21) преобразуется к виду

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_i \sum_j U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i \frac{\Delta m_{ij}^2}{2E} t}, \quad (2.23)$$

где $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ есть разница массовых состояний нейтрино.

В самом простом случае смешивания двух нейтрино и в предположении о сохранении CP-четности унитарную матрицу смешивания можно параметризовать одним углом θ и представить в виде

$$U = U^* = \begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

Таким образом, вероятность осцилляций принимает вид

$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) - \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2 t}{2E}\right) \\
&= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 t}{4E}\right) \\
&= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\pi x}{L_{osc}}\right). \quad (2.25)
\end{aligned}$$

Расстояние, на котором аргумент $\cos(\Delta m_{21}^2 t/2E)$ равняется 2π , называют длиной осцилляций

$$L_{osc} \equiv \frac{4\pi E}{\Delta m_{21}^2} = \frac{2.48(E/MeV)}{(\Delta m_{21}^2/eV^2)} [m]. \quad (2.26)$$

Поэтому наличие осцилляций между источником и детектором определяется по формуле

$$\left(\frac{\pi x}{L_{osc}}\right) = 1.27 \frac{(\Delta m_{21}^2/eV^2)(x/m)}{(E/MeV)}. \quad (2.27)$$

2.3.2 Осцилляции нейтрино в веществе

При описании прохождения нейтрино через вещество фазовый фактор в уравнении (2.20) нужно заменить на $ipx \rightarrow inpx$, где n – индекс преломления нейтрино, аналогичный индексу преломления света в веществе. Исходя из оптической теоремы его можно представить как

$$p(n - 1) = 2\pi N f_\alpha / p$$

где N представляет собой плотность рассеивателей среды, p – импульс нейтрино и f_α – амплитуду рассеяния нейтрино. Поскольку среда состоит в основном из нуклонов и электронов, то в амплитуду рассеяния будут давать вклады заряженных и нейтральных токов рассеяния нейтрино на этих частицах среды. Нейтральные токи для всех типов нейтрино идентичны при рассеянии на нуклонах и электронах. Однако для ν_e -нейтрино есть еще и дополнительный вклад от рассеяния на электронах по каналу заряженного тока с обменом W^+ бозоном, см. рис. 1. Вследствие

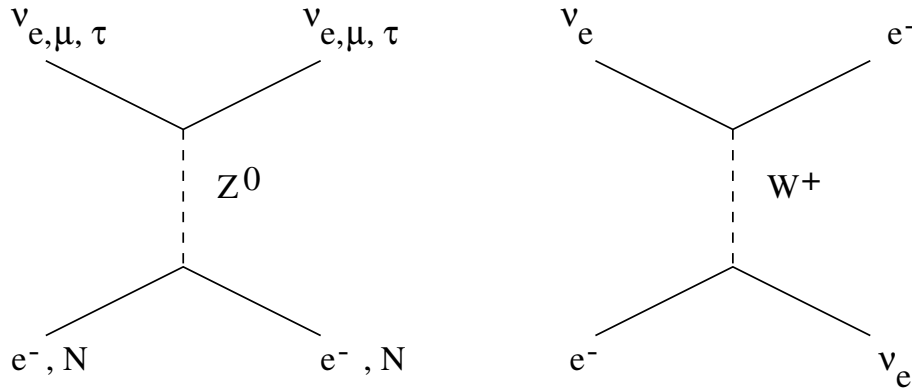


Рис. 1: Фейнмановские диаграммы, описывающие рассеяние нейтрино в веществе: слева $\nu_{e,\mu,\tau}N$ или $\nu_{e,\mu,\tau}e$ рассеяния с обменом Z -бозоном, справа – $\nu_e e$ рассеяние с обменом W -бозоном.

этого факта индекс преломления нейтрино ν_e будет отличаться от индексов

преломления нейтрино ν_μ и ν_τ , приводя к существенному изменению картины осцилляций нейтрино в среде. Этот эффект был впервые замечен Вольфенштейном в 1978 году [23]. Впоследствии Михеев и Смирнов нашли определенные условия среды, при которых могут возникать резонансные переходы нейтрино [24] (МСВ эффект). На сегодняшний день он является наиболее элегантным решением проблемы солнечных нейтрино [25], см. раздел 2.5.7. Суть этого эффекта проста. Эффективный гамильтониан, описывающий взаимодействие нейтрино с частицами среды, можно представить как [11]

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e \cdot \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e = \sqrt{2} G_F N_e \bar{\nu}_e \gamma^0 \nu_e, \quad (2.28)$$

где G_F – константа Ферми и N_e – плотность электронов среды. Вследствие этого релятивистская энергия нейтрино (см. уравнение 2.22) получает дополнительный вклад для нейтрино ν_e , так называемый эффективный потенциал $V_{eff} = \sqrt{2} G_F N_e$, и записывается как

$$E_\nu^2 = p^2 + \frac{m^2}{2E} + V_{eff}. \quad (2.29)$$

Это изменение в энергии нейтрино также может быть записано на языке эффективной массы нейтрино в среде, m^2 :

$$m^2 \rightarrow m^2 + 2\sqrt{2} G_F N_e E \equiv m^2 + A. \quad (2.30)$$

Для того чтобы понять, каким именно образом влияет данное изменение на осцилляции нейтрино, рассмотрим уравнение эволюции нейтрино в среде – уравнение Вольфенштейна. В массовом базисе эволюция нейтрино описывается гамильтонианом H_0 и уравнением

$$i \frac{d}{dt} |\nu(t)\rangle = H_0 |\nu(t)\rangle.$$

Переходя во флейворный базис наш гамильтониан претерпевает изменение $H'_0 = U H_0 U^\dagger$, где в простейшем случае двух нейтрино матрица U дается выражением (2.24) и гамильтониан имеет вид

$$H'_0 = p + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Первые два члена данного гамильтониана не приводят к существенным изменениям, давая вклад только в общий фазовый множитель, и соответственно несущественны для дальнейшего рассмотрения. В присутствии вещества уравнение движения флейворных нейтрино теперь может быть представлено как

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_{\mu,\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta + \sqrt{2} G_F N_e & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_{\mu,\tau} \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

где количество вещества учитывается множителем $\sqrt{2} G_F N_e$. В отличие от осцилляций в вакууме данное уравнение не может быть решено аналитически для произвольной функции $N_e(t)$, и для его точного решения используют численные методы.⁴ Однако при некоторых условиях уравнение (2.32) упрощается.

- **Вещество с постоянной плотностью N_e**

В данном случае уравнение (2.32) может быть диагонализировано и эффективные массы нейтрино в среде могут быть записаны как

$$\tilde{m}_{\nu_{1,2}}^2 = \frac{A}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{(A - \Delta m^2 \cos 2\theta_{vac})^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta}. \quad (2.33)$$

Введем эффективный угол смешивания в среде θ_{mat}

$$\tan 2\theta_{mat} = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta_{vac}}{\Delta m^2 \cos 2\theta_{vac} - A}. \quad (2.34)$$

Тогда, определяя длину осцилляций в веществе L_{mat} через разницу эффективных масс нейтрино, получаем

$$L_{mat} = \frac{L_{osc}}{\sqrt{(A/\Delta m^2 - \cos 2\theta_{vac})^2 + \sin^2 2\theta}}, \quad \text{где } L_{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}. \quad (2.35)$$

В качестве полезного примера среды с постоянной плотностью воспользуемся параметрами Земли. Так для Земли $N_e = 5.5 \text{ g/cm}^3$ и соотношение числа электронов к нуклонам близко к 1/2. Таким образом, длина осцилляций в Земле примерно равна $L_{osc} \sim 2\pi \times 10^3 \text{ km}$. Поскольку

⁴Именно используя численные методы, Михеев и Смирнов нашли резонанс в данном уравнении, который на языке нейтринных осцилляций интерпретировался как резонансное усиление перехода одного сорта нейтрино в другой.

диаметр Земли равен $12 \times 10^3 \text{ km}$, осцилляции нейтрино в Земле могут быть резонансно усилены при выполнении условия $|\sin 2\theta| \geq 0.1$.

- **Среда с переменной плотностью, адиабатический предел**

Согласно нашим представлениям о Солнце, его среда представляет собой среду переменной плотности, с очень плотным ядром. Концентрация электронов N_e на поверхности примерно равна 10^{-4} их концентрации внутри Солнца. В общем виде не удается диагонализировать эффективный гамильтониан и энергия нейтринной системы, их эффективные массы, представляются в виде матрицы с отличными от нуля недиагональными элементами. Однако если они малы по сравнению с диагональными, то состояния $\nu_{1,2}^m$ могут быть рассмотрены как энергетические состояния. Это условие и называется адиабатическим пределом. При этом относительное изменение N_e мало на длине осцилляций в веществе L_{mat} , т. е. [15]:

$$\frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dr} \ll \frac{\Delta m^2 \sin^2 2\theta_{vac}}{2E \cos 2\theta_{vac}} = \frac{4\pi \tan 2\theta_{vac}}{L_{mat}}.$$

Численно адиабатическое условие для Солнца имеет вид

$$\frac{(\Delta m^2/eV^2) \sin^2 2\theta_{vac}}{(2E/MeV) \cos 2\theta_{vac}} = 5.7 \times 10^{-10} \frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dr}.$$

Поведение собственных состояний системы как функция плотности электронов среды показана на рисунке 2. При $A = A^{res} = \Delta m^2 \cos 2\theta_{vac}$ знаменатель уравнения (2.34) стремится к нулю и угол смешивания θ_{mat} равен $\pi/4$, что соответствует максимальному смешиванию (происходит резонансное усиление осцилляций). Резонансные условия также могут быть представлены как

$$N_e = N_e^{res} = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F E}. \quad (2.36)$$

Таким образом, мы имеем три разные области:

- $N_e \ll N_e^{res}$

В случае когда плотность электронов среды мала, влияние среды незначительно и угол смешивания в среде практически равен углу смешивания в вакууме.

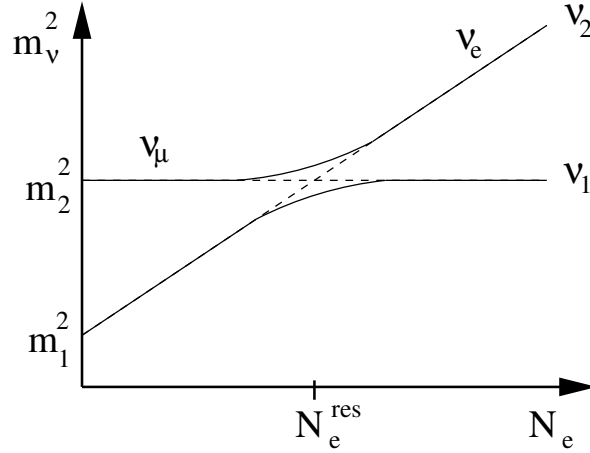


Рис. 2: Эффективные массы нейтрино как функции плотности N_e . В случае когда нет осцилляций, флейворные собственные состояния соответствуют штриховым линиям. В случае адиабатического МСВ-эффекта сплошные линии представляют поведение флейворных нейтрино (для деталей см. текст).

- $N_e \gg N_e^{res}$
Для очень большой электронной плотности мы имеем $\theta_{mat} \approx \pi/2$. На рисунке 2 данный режим соответствует тому, что нейтрино $\nu_e = \nu_2^m$, и в пределе бесконечной плотности осцилляции нейтрино исчезают.
- $N_e = N_e^{res}$
Данный режим является наиболее интересным, так как θ_{mat} становится равным $\pi/4$, и мы имеем резонансное усиление осцилляций в среде. Например, если в недрах Солнца был поток нейтрино ν_e , с эффективной массой частицы m_1 , то при переходе среды от $N_e \geq N_e^{res}$ к $N_e \leq N_e^{res}$ происходил бы “переход” массового состояния и на выходе из среды возникали бы нейтрино сорта ν_μ с массой m_2 . Это резонансное поведение и носит название эффекта МСВ.

Вероятность перехода одного сорта нейтрино в другое в веществе схожа с вакуумной вероятностью и дается выражением

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_x) = \sin^2(2\theta_{mat}) \sin^2\left(\frac{\pi x}{L_{mat}}\right). \quad (2.37)$$

2.4 Электромагнитные свойства нейтрино

Несмотря на то, что нейтрино является нейтральной частицей, она может обладать собственными электромагнитными свойствами, такими, например, как магнитный момент. Вплоть до 1957 года, когда Зельдович постулировал существование третьей электромагнитной характеристики фермионов со спином $1/2$, считалось, что нейтрино может иметь только аномальные магнитный и электрический дипольные моменты. Рассмотрим эффективный лагранжиан, описывающий взаимодействие нейтрино с электромагнитным током. Такое взаимодействие можно представить как взаимодействие тока нейтрино с тензором электромагнитного поля. Для начала запишем лагранжиан взаимодействия дираковского нейтрино

$$\mathcal{L}_{\text{em}}^D = -\frac{1}{2}\bar{\nu}_R \lambda \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_L + h.c., \quad (2.38)$$

где тензор электромагнитного поля выглядит следующим образом

$$(F^{\alpha\beta} = \partial^\alpha \mathcal{A}^\beta - \partial^\beta \mathcal{A}^\alpha) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.39)$$

Матрица λ содержит как магнитные, так и электрические дипольные моменты. С помощью простого преобразования можно записать лагранжиан (2.38) как

$$\bar{\nu}(\lambda P_L + \lambda^\dagger P_R) \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu = \bar{\nu}(\mu + i\gamma_5 d) \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu, \quad (2.40)$$

где эрмитовы матрицы μ и d имеют вид

$$\mu = \frac{\lambda + \lambda^\dagger}{2}, \quad d = i \frac{\lambda - \lambda^\dagger}{2}, \quad (2.41)$$

и $\nu \equiv \nu_L + \nu_R$. Используя уравнение (2.39), находим

$$\frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} = -\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{B} + i\gamma_5 \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{E}, \quad (2.42)$$

где

$$\Sigma_j = \gamma_5 \gamma^0 \gamma^j = \begin{pmatrix} \sigma_j & 0 \\ 0 & \sigma_j \end{pmatrix}.$$

Данное тождество с матрицами Паули σ_j ($j = 1, 2, 3$) имеет место только в базисе, где

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \\ -\sigma_j & 0 \end{pmatrix}.$$

Предположим теперь, что все нейтрино имеют не нулевые массы. Тогда в нерелятивистском пределе выражения (2.38 и 2.40) примут вид

$$H_{\text{em}} = -\mu\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} - d\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}. \quad (2.43)$$

Таким образом, можно считать, что величины μ и d – это магнитный и электрический дипольные моменты.⁵ Для майорановских нейтрино дипольное взаимодействие можно представить как

$$\mathcal{L}_{\text{em}}^M = -\frac{1}{4}\nu_L^T \lambda C^{-1} \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_L + h.c. = \frac{1}{4}\nu_R \lambda \sigma_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} \nu_L + h.c., \quad (2.44)$$

где в силу условия Майораны (частица равна собственной анти-частице) и условия сохранения СРТ-четности матрица λ может иметь отличные от нуля только недиагональные элементы. Таким образом майорановские нейтрино могут обладать переходными магнитным и электрически дипольными моментами. Дальнейшее обсуждение этого вопроса мы отложим до главы 3.

Нейтрино, взаимодействующее с вакуумом векторных бозонов и лептонов, может обладать электромагнитными характеристиками. В результате нейтрино, подобно нейтрону, взаимодействует с внешним электромагнитным полем. Однако все электромагнитные характеристики нейтрино пропорциональны константе слабого взаимодействия Ферми, $G_F = 10^{-5}/m_p$, (m_p – масса протона). Поэтому в вакууме роль добавочного электромагнитного взаимодействия сводится только к радиационным поправкам к основному борновскому вкладу в сечениях слабых процессов. Такое взаимодействие нейтрино с внешним электромагнитным полем схематично представлено на рисунке 3. В роли внешнего поля может выступать как внешний источник, так и ток электронов. Вычисления аномального магнитного и электрического дипольных моментов нейтрино в рамках СМ были проведены в работах [26]

$$\mu_\nu = \frac{3eG_F m_{\nu e}}{8\sqrt{2}\pi^2} = 3 \times 10^{-19} \mu_B (m_\nu/1 \text{ eV}), \quad d_\nu = 0, \quad (2.45)$$

⁵В произвольном базисе расщепление $\lambda = \mu - id$ не имеет физического смысла, так как эти величины не являются инвариантами.

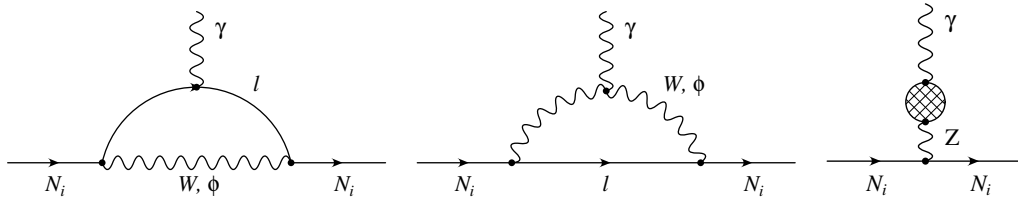


Рис. 3: Фейнмановские диаграммы, описывающие взаимодействие нейтрино с внешним электромагнитным полем, которое возможно только на петлевом уровне.

где μ_B – магнетон Бора. Как видно из (2.45), магнитный момент нейтрино исчезает, если нейтрино является безмассовой частицей и является крошечной величиной по сравнению с магнитным моментом электрона. Однако в чем же состоит особый интерес к электромагнитным свойствам нейтрино? Ответом на этот вопрос может служить огромный набор противоречивых экспериментальных данных в физике нейтрино.

2.5 Экспериментальные данные в физике нейтрино

Существующие теории не в состоянии объяснить и предсказать, почему у элементарных частиц есть массы и почему они имеют именно те значения, которые мы наблюдаем. Этот же аргумент для физики нейтрино можно использовать и в противоположном направлении, а именно: нет общих условий, запрещающих наличие масс у нейтрино. Более того, теория не может дать ответ и на вопрос, какой именно частицей является нейтрино, дираковской или майорановской. Таким образом, только экспериментальное изучение природы нейтрино может пролить свет на эти вопросы.

В этой главе мы обсудим различные экспериментальные данные, существующие на данный момент в физике нейтрино. В основном эксперименты по изучению нейтрино можно разделить на три категории:

- эксперименты по прямому измерению массы нейтрино;
- эксперименты по поиску нарушения лептонного числа (так называемые эксперименты по поиску двойного безнейтринного β -распада);
- эксперименты по поиску нейтринных осцилляций (непрямое измерение масс нейтрино), которые в свою очередь можно разделить на три

категории: эксперименты с использованием пучков нейтрино от ускорителей, эксперименты с использованием реакторных нейтрино и эксперименты, изучающие потоки солнечных и атмосферных нейтрино.

2.5.1 Прямое измерение массы нейтрино

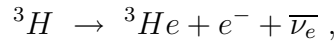
Определение массы нейтрино из кинематики слабых процессов с участием нейтрино имеет одно преимущество: они не зависят от знания о сохранении или нарушении лептонного числа. Однако благодаря экспериментальным трудностям и ограничениям все прямые измерения масс нейтрино могут давать лишь верхние пределы массы нейтрино, которые далеки от тех масс, которые предсказываются осцилляционными экспериментами.

Измерения массы m_{ν_e} из распада трития

Классический метод определения массы электронного нейтрино состоит в определении точки окончания кривой Кюри плота, получаемой на графике энергетического спектра испускаемых электронов в ядерном β -распаде. Масса нейтрино m_{ν_e} входит в соотношение между конечной энергией E_0 и максимальной кинетической энергией электрона E_e^{max} следующим образом:⁶

$$E_e^{max} = E_0 - m_{\nu_e} = M_i - M_f - m_e - m_{\nu_e}, \quad (2.46)$$

где M_i и M_f – массы начального и конечного ядер. В данном эксперименте изучается спектр электронов, E_e , вблизи точки E_0 так, что разность $E_0 - E_e \equiv \Delta E$ имеет порядок m_{ν_e} . Однако при данной энергии число распадов становится очень малым. Поэтому современные эксперименты по измерению массы ν_e -нейтрино используют эксклюзивный процесс



который имеет наименьшую точку окончания среди всех β -распадов: $E_0 = 18.59 \text{ keV}$.⁷ Поскольку время полураспада трития примерно равно 12.33, экспериментаторам приходится использовать очень интенсивные

⁶Если кинетическая энергия электрона много меньше массы ядра, то можно пренебречь энергией отдачи ядра, поскольку ее максимальное значение равно $E_0^2/2M_f$.

⁷Часто в литературе можно встретить определение E_0 как Q значение, определяемое выражением $E_0 - m_e$. Однако здесь мы придерживаемся определения E_0 , данного в выражении (2.46).

источники трития, чтобы достичь необходимой статистики. В основном используют сжиженные [27, 28] или замороженные [29] ${}^3\text{H}_2$ источники. Другим важным аспектом в измерении кинематического спектра является разрешающая способность спектрометра. Наилучшие результаты были найдены со спектрометром “solenoid retarding spectrometer” (SRS) и электростатическим фильтром [30]. Разрешение по энергии электрона, которое удалось добиться равно $\Delta E = 5 \text{ eV}$. В таблице 2 мы суммировали пределы на массу m_{ν_e} , исходя из последних экспериментальных данных. Все эксперименты наблюдают избыток событий в конечной точке кривой Кюри, интерпретируемой как отрицательные значения $m_{\nu_e}^2$. Этот факт, указывает на недостаток информации о систематических ошибках, присутствующих в постановке эксперимента.

Experiment	$m_{\nu_e}^2 (eV^2)$	$m_{\nu_e} (eV)$
Los Alamos [27]	$-147 \pm 68 \pm 41$	< 9.3
INS Tokyo [31]	$-65 \pm 85 \pm 65$	< 13
Zurich [32]	$-24 \pm 48 \pm 61$	< 11
Mainz [29]	$-39 \pm 34 \pm 15$	< 7.2
Livermore [34]	$-130 \pm 20 \pm 15$	< 8
Троицк [28]	-18 ± 6	< 4.5
Среднее	-58 ± 25	

Таблица 2: Мировые данные по определению $m_{\nu_e}^2$ (вместе с указанными статистическими и систематическими ошибками). Предел на массу m_{ν_e} соответствует 95 % уровню достоверности.

Измерения массы m_{ν_e} из данных по Сверхновой SN1987A

На основе астрофизических данных также можно получать информацию о массах нейтрино. Одним из объектов для изучения являются взрывы Сверхновых. Во время взрыва Сверхновой огромное количество нейтрино испускается за короткий промежуток времени, ~ 10 миллисекунд. Если нейтрино имеет массу, можно наблюдать разницы во временах прихода нейтрино. Более энергетичные нейтрино достигают поверхность Земли быстрее своих низкоэнергетичных партнеров. Разницу между двумя событиями

i и j можно оценить как

$$\Delta t \equiv t_i - t_j = (t_{0,i} - t_{0,j}) + \frac{L m_\nu^2}{c^2} \left(\frac{1}{E_i^2} - \frac{1}{E_j^2} \right).$$

Поэтому, зная разницу во времени испускания $t_{0,i} - t_{0,j}$ нейтрино с энергиями $E_{i,j}$ и их временами прибытия $t_{i,j}$, можно найти предел на массу покоя нейтрино. Одним из знаменательных событий 1987 года стал взрыв Сверхновой под названием SN1987A, который произошел в скоплении Больших Магеллановых Облаков на расстоянии $L = 51.8 \text{ kpc}$. Эта вспышка была зарегистрирована различными нейтринными обсерваториями мира, в том числе коллаборациями Kamiokande [35] и IMB [33]. В зависимости от модели пределы, поставленные этими коллаборациями, варьируются от $m_{\nu_e} < 6 \text{ eV}$ до $m_{\nu_e} < 30 \text{ eV}$ [36].

Измерения массы m_{ν_μ, ν_τ}

В отличие от измерения массы электронного нейтрино, m_{ν_e} , эксперименты по измерению массы m_{ν_μ} и m_{ν_τ} нейтрино основываются на прямом измерении недостающей массы в слабых процессах. Предел на массу m_{ν_μ} находят, например, из распада $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Сохранение энергии-импульса для данной реакции приводит к выражению для массы $m_{\nu_\mu}^2$:

$$m_{\nu_\mu}^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} \quad (2.47)$$

Поэтому для данных экспериментов очень важно точное определение импульса мюона, p_μ , вместе с точным измерением масс m_π и m_μ , что позволяет найти ограничения на массу мюонного нейтрино m_{ν_μ} . На сегодняшний день наилучший предел найден группой PSI [37]:

$$m_{\nu_\mu}^2 = -0.022 \pm 0.023 \text{ MeV}^2 \Rightarrow m_{\nu_\mu} < 160 \text{ keV} \quad (90\% \text{ C.L.})$$

При определении массы таонного нейтрино экспериментаторы сталкиваются с затруднением, которое возникает из-за большой массы таона и, следовательно, большого фазового пространства у этой реакции. Наилучший предел на массу m_{ν_τ} дает распад $\tau \rightarrow 5\pi + \nu_\tau$. Коллаборация ALEPH на ускорителе LEP зарегистрировала 38 таких событий, три из которых имеют дополнительные π^0 [38], и поставила следующее ограничение на массу таонного нейтрино как

$$m_{\nu_\tau} < 23.1 \text{ MeV} (95\% \text{ C.L.}) .$$

2.5.2 Эксперименты по поиску нарушения лептонного числа

Двойной β -распад является очень редким процессом, который идет во втором порядке теории возмущений где возможен переход между двумя ядрами с сохранением массового числа, но изменяющем величину заряда на две единицы. Две возможные моды распада выглядят как

$$\begin{aligned} (Z, A) &\rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (\beta\beta_{2\nu}), \\ (Z, A) &\rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- \quad (\beta\beta_{0\nu}), \end{aligned}$$

и сами процессы схематически представлены на рисунке 4. Хотя $\beta\beta_{2\nu}$ -

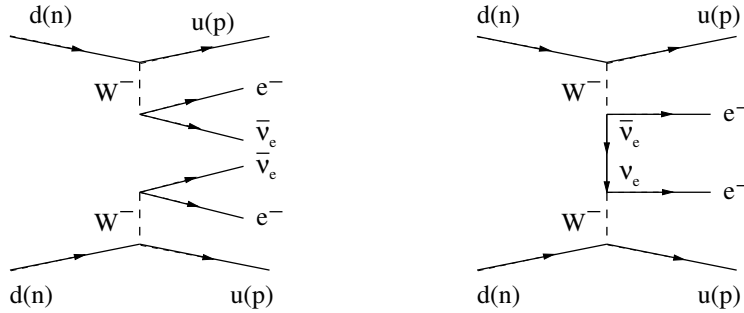


Рис. 4: Фейнмановские диаграммы, описывающие $\beta\beta_{2\nu}$ и $\beta\beta_{0\nu}$ распады

распад может идти в первом порядке теории возмущений, он не дает какой-либо полезной информации для физики нейтрино. Напротив, безнейтринный $\beta\beta_{0\nu}$ -распад, который должен иметь вид острого пика в энергетическом спектре β -частиц, запрещен в рамках СМ, так как он нарушает закон сохранения лептонного числа на две единицы. Поэтому, если данный процесс существует, то только благодаря

- обмену майорановским нейтрино, т. е. $\nu_e = \bar{\nu}_e$,
- причем нейтрино должно иметь обе спиральные компоненты, т. е. быть массивным.

Хотя вероятность получения нейтрино с отрицательной спиральностью в процессе распада нейтрона сильно подавлена благодаря фактору $m_{\nu_e}^2/E^2$, поиски $\beta\beta_{0\nu}$ -распада до сих пор продолжаются. По сравнению с $\beta\beta_{2\nu}$ -распадом фазовое пространство безнейтринного распада примерно в \sim

10^6 раз больше, поскольку в нем имеется только три конечных состояния по сравнению с пятью в $\beta\beta_{2\nu}$.

В предположении сохранения CP-четности и пренебрежении правыми токами время полураспада в безнейтринном $\beta\beta_{0\nu}$ -распаде может быть выражено как [39]

$$[T_{1/2}^{0\nu}]^{-1} = C^{0\nu} |M_{0\nu}|^2 \frac{\langle m_{\nu_e} \rangle^2}{m_e^2}, \quad (2.48)$$

где $C^{0\nu}$ – объем фазового пространства, $M_{0\nu}$ – ядерный матричный элемент и $\langle m_{\nu_e} \rangle$ – эффективная масса нейтрино, которая определяется как

$$\langle m_{\nu_e} \rangle = \sum_i U_{ei}^2 m_i. \quad (2.49)$$

По сравнению с выражением (2.18) здесь имеется дополнительный множитель U_{ei}^2 . Поэтому нужно принять во внимание наличие интерференции между эффективными и массовыми собственными состояниями. Важно отметить, что оценка $\langle m_{\nu_e} \rangle$ из определения времени полураспада зависит от модели ядра и матричного элемента $M_{0\nu}$. Данный матричный элемент оценивается из данных по изучению $\beta\beta_{2\nu}$ -распадов.

Среди существующих экспериментов по изучению $\beta\beta$ -распадов наиболее чувствительным является эксперимент с использованием ^{76}Ge детектора коллаборацией Heidelberg-Москва, который действует в лаборатории Гран-Сассо [40]. Постановка эксперимента была предложена в 1967 году E. Fiorini [41], и основывается на анализе конечной точки энергетического спектра, которая равна 2039 keV с использованием точного определения энергий двух электронов (с точностью 3 keV). Измерение времени полураспада $\beta\beta_{2\nu}$ приведено в работе [42]

$$T_{1/2}^{2\nu} = (1.42 \pm 0.03 \pm 0.13) \times 10^{21} \text{ yr} \quad (90\% \text{ C.L.}).$$

Пока безнейтринный $\beta\beta$ -распад не наблюдался. Установлена лишь нижняя граница для $T_{1/2}^{0\nu}$ и соответствующая верхняя граница на массу ν_e

$$T_{1/2}^{0\nu} > 5.6 \times 10^{24} \quad (90\% \text{ C.L.}) \quad \Rightarrow \quad \langle m_{\nu_e} \rangle < 0.68 \text{ eV}.$$

В данном эксперименте собираются улучшить ограничение на время полураспада до значения 10^{25} лет.

2.5.3 Эксперименты по поиску нейтринных осцилляций

Существует два противоположных подхода в осцилляционных экспериментах. В первом из них, *эксклюзивном* (от английского *exclusive* или *appearance*), в пучке, содержащем нейтрино сорта ν_α , на определенном расстоянии от пучка в детекторе детектируются нейтрино ν_β по их взаимодействиям с веществом детектора. В идеале пучок нейтрино не должен содержать примесь ν_β . Тогда, если есть осцилляции нейтрино, имеется отличная от нуля вероятность перехода $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$. Например, в $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ эксперименте пучок мюонных нейтрино и генерирует в детекторе реакцию $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + N$, которая является доказательством существования переходов $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$. Практически, все ускорительные эксперименты можно отнести к этой категории.

Ко второй категории относятся *инклюзивные* (*inclusive* или *disappearance*) эксперименты, в которых измеряется относительный поток нейтрино, достигший детектора, и сравнивается с информацией о первичном пучке. При наличии осцилляций вероятность перехода $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)$ меньше единицы, и соответственно наблюдается меньшее число взаимодействий в детекторе. Все реакторные эксперименты можно отнести к данной категории.

Различные эксперименты можно подразделять также по их чувствительности к параметру Δm^2 . Из уравнения (2.27) следует, что наиболее чувствительными (по значению Δm^2) экспериментами являются те, которые используют низкие энергии нейтрино и достаточно удалены от источника нейтрино. В таблице 3 мы суммировали эксперименты по их чувствительности. Далее мы попробуем сделать небольшой обзор каждой подгруппы экспериментов.

Источники нейтрино	$x(m)$	$E(MeV)$	Δm_{21}^2
Реактор	$10 - 10^3$	$1 - 10$	$10^{-3} - 1$
Ускоритель	$10^2 - 10^3$	$10 - 10^5$	$0.1 - 10^2$
Атмосфера	$10^4 - 10^7$	$10^2 - 10^3$	$10^{-5} - 0.1$
Солнце	10^{11}	$0.1 - 10$	$10^{-12} - 10^{-10}$

Таблица 3: Типичные параметры x , E и Δm^2 для различных источников нейтрино.

2.5.4 Реакторные эксперименты

Ядерный реактор является интенсивным источником нейтрино $\bar{\nu}_e$ с диапазоном энергий $1 - 10 \text{ MeV}$. Пучок $\bar{\nu}_e$ создается за счет процесса β -распада и имеет интенсивность, примерно равную $5 \times 10^{20} \text{ s}^{-1}$ [11]. Поскольку данная энергия нейтрино очень мала и невозможно рождение μ - и τ -лептонов (при наличии осцилляций $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_{\mu,\tau}$), то эти эксперименты проводятся по инклюзивному принципу. Антинейтрино, достигшие детектора, регистрируются посредством реакции рассеяния антинейтрино на протоне

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+ .$$

Для изучения спектра потока нейтрино экспериментаторы проводят измерения на разных расстояниях от детектора.

Так в эксперименте Gosgen [43] пучок нейтрино измеряется на расстояниях 37.9 m , 45.9 m и 64.7 m от реактора. Примерно 10^4 нейтринных взаимодействий было записано в каждой позиции с использованием 377 литров жидкого сцинтиллятора в качестве мишени (для измерения энергии электронов) и ${}^3\text{He}$ проволочных камер для детектирования нейтронов. Пока осцилляций не обнаружено.

Наилучшее ограничение на параметры осцилляций $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_x$ поставил Bugey III эксперимент [44]. В нем измеряют взаимодействия нейтрино $\bar{\nu}_e$ на трех расстояниях 15 m , 40 m и 95 m , используя в качестве детектирующих модулей ${}^6\text{Li}$ жидкие сцинтилляторы. Ограничения на параметры осцилляций $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_x$, которые поставил данный эксперимент, показаны вместе с другими данными на рисунке 5. Для того, чтобы покрыть область разрешенных параметров для атмосферных нейтрино (см. обсуждение в главе 2.5.6), нужно продвинуться в область $\Delta m^2 \sim 10^{-3} \text{ eV}^2$. Поэтому исходя из условий (2.27), нужно поставить детектор на расстоянии примерно одного километра от реактора. Однако чтобы иметь достаточную интенсивность нейтринных взаимодействий в детекторе, он должен быть достаточно тяжелым, ~ 10 тонн. Этот эксперимент (CHOOZ) находится в стадии разработки [45].

2.5.5 Ускорительные эксперименты

Пучок нейтрино на ускорителях создается вследствие продуктов распада пионов и каонов, получаемых во взаимодействиях протонов с мишенью. Энергия нейтрино варьируется в достаточно широком диапазоне: от \sim

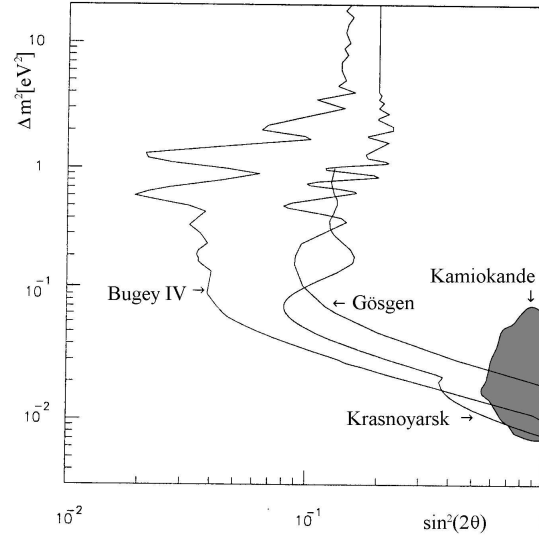


Рис. 5: Пределы на параметры $\bar{\nu}_e \leftrightarrow \bar{\nu}_x$ осцилляций Δm^2 и $\sin^2(2\theta)$ из реакторных экспериментов. Область справа от линий является запрещенной данными экспериментами. Заштрихованная область параметров соответствует разрешенным параметрам $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ осцилляций поставленная экспериментом Kamiokande по изучению атмосферных нейтрино.

30 MeV на нейтронной фабрике ISIS Резерфордской лаборатории (RAL) до нескольких сотен GeV на ускорителях ЦЕРНа и Фермиевской лаборатории (FNAL). Основным преимуществом пучков нейтрино, полученных на ускорителях, по сравнению с реакторными нейтрино, является более точный контроль за содержанием пучка и большими энергиями нейтрино, которые позволяют изучать реакции $\nu_e \rightarrow \nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$ или $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$. Также в этих экспериментах удается достичь большей статистики, чем на реакторных, что позволяет с большей точностью (с меньшими ошибками) получать параметры осцилляций, а именно двигаться в область меньших углов смешивания. Однако в данных экспериментах благодаря (2.27) можно изучать только ограниченный диапазон масс нейтрино, $\Delta m^2 \geq 10^{-1}$.

Существует огромное количество экспериментов с использованием

различной техники детектирования нейтринных взаимодействий и анализа параметров осцилляций, таких как CDHS, BEBC, CHARM II, NOMAD и CHORUS в ЦЕРНе, E776 в BNL, E531 и CCFR в лаборатории FNAL. Однако ни в одном из них не были зарегистрированы осцилляции нейтрино. Соответствующие ограничения на параметры $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$ и $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ осцилляций приведены на рисунках 7 и 10.

На данный момент четыре ускорительных эксперимента направлены на изучение осцилляций нейтрино. Эксперименты LSND (лаборатория LAMPF) и KARMEN (лаборатория ISIS) используют средние энергии нейтрино и направлены на изучение $\bar{\nu}_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ осцилляций. Эксперименты CHORUS и NOMAD в ЦЕРНе, ведут поиск осцилляций $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$. Мы вкратце остановимся на каждом из них.

LSND: Детектор LSND (Liquid Scintillator Neutrino Detector) [46] использует пучок $\bar{\nu}_\mu$ нейтрино, идущих от цепочки распадов $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$. Появление нейтрино $\bar{\nu}_e$ может быть детектировано с помощью реакции $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$, коррелирующей с γ -квантами энергии 2.2 MeV , идущими от процесса $n + p \rightarrow d + \gamma$. Детектор состоит из цилиндрического резервуара, заполненного 167 тоннами жидкого сцинтиллятора. Черенковский свет детектируется 1220 фотоумножителями, покрывающими примерно 25% поверхности детектора. Электронное антинейтрино регистрируется с помощью реакции

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n,$$

которая коррелирует с выходом гамма квантов

$$n + p \rightarrow d + \gamma.$$

Использование жестких обрезаний при определении e^+ событий вместе с коррелированными γ -квантами дает 22 события с энергией e^+ между 26 и 60 MeV в предположении 4.6 ± 0.6 фоновых событий [47]. Распределение энергии для событий $20 < E_e < 60 \text{ MeV}$ показано на рисунке 6. Вероятность, что данный избыток событий мог возникнуть благодаря статистическим флуктуациям очень мала, $P = 4.1 \times 10^{-8}$. Данный результат можно интерпретировать в терминах $\bar{\nu}_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ осцилляций с вероятностью

$$P(\bar{\nu}_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_e) = (3.1_{-1.0}^{+1.1} \pm 0.5) \times 10^{-5},$$

для больших Δm^2 . На рисунке 7 приведены параметры осцилляций для данного эксперимента в сравнении с другими экспериментами. Однако

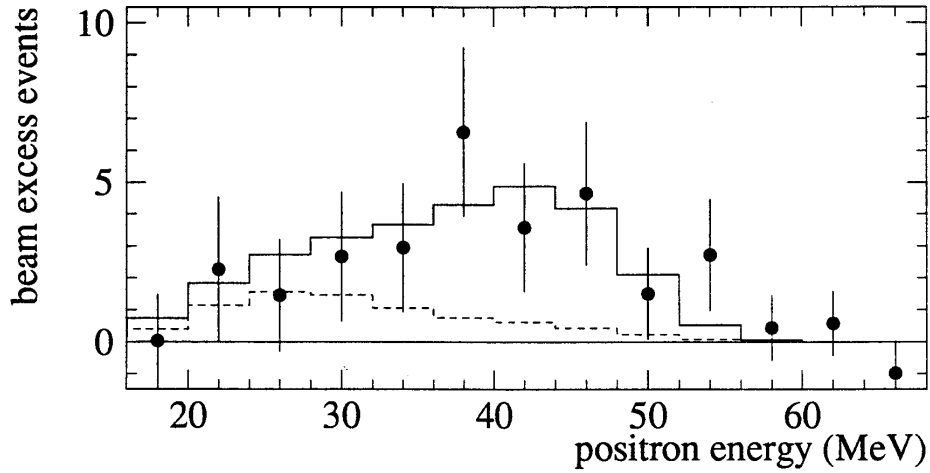


Рис. 6: Энергетическое распределение для LSND событий в диапазоне $20 < E_e < 60$ MeV и событий с коррелированными фотонами от захвата нейтрона. Показано превышение данных над фоном (пунктирная линия) и ожидаемое распределение (сплошная линия) в предположении нейтринных осцилляций при больших Δm^2 [47].

для того, чтобы точно утверждать о наличии осцилляций, нужны дополнительные независимые экспериментальные данные, например, из эксперимента KARMEN, который направлен на поиск $\bar{\nu}_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ осцилляций. Анализ $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$ осцилляций, который ведется другими группами, также будет полезен для проверки данных LSND.

KARMEN: KARMEN детектор (the KArlsruhe-Rutherford Medium Energy Neutrino experiment) начал свою работу в ISIS [48]. Получаемый в лаборатории ISIS нейтринный пучок является более чистым по сравнению с LAMPF пучком, хотя он и менее интенсивен. Сам детектор состоит из 50 тонн жидкого сцинтиллятора, содержащего 512 оптически независимых сегментов, информация от которых с двух сторон поступает на фотоумножители. Детектор позволяет регистрировать как ν_e , так и $\bar{\nu}_e$ события. На сегодняшний день осцилляции нейтрино не обнаружены. Соответствующие ограничения на параметры осцилляций $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ показаны на рисунке 7, а ограничение

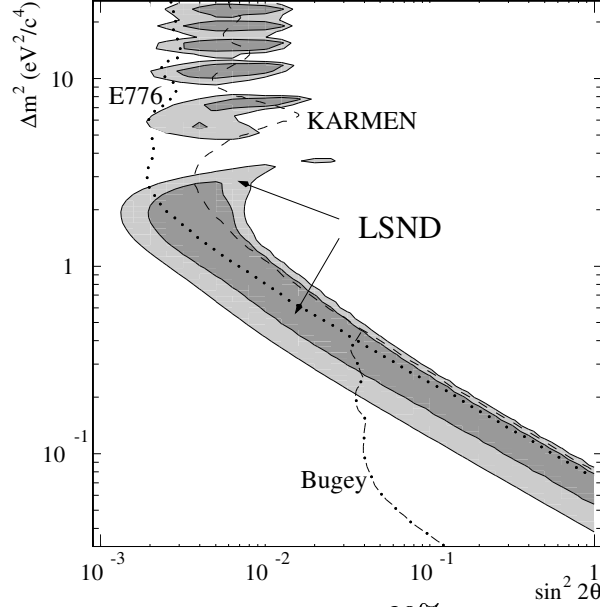


Рис. 7: Параметры $\bar{\nu}_\mu \leftrightarrow \bar{\nu}_e$ осцилляций с 90% точностью достоверности: E776 (пунктирная линия), KARMEN (штриховая линия), Bugey (штрихпунктирная линия) и LSND (заштрихованная область [светлая для 90% уровня достоверности] и [темная для 99% уровня достоверности]).

на вероятность перехода имеет вид [49]

$$P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) < 3.5 \times 10^{-3}.$$

Однако данные будут еще набираться в течение двух лет, что позволит закрыть или подтвердить результаты LSND коллаборации.

CHORUS В эксперименте CHORUS (the Cern Hybrid Oscillation Research apparatus) [50], который набирает данные на ЦЕРНовском SPS пучке, ведется поиск $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляции. При наличии осцилляций в детекторе будут регистрироваться различные моды распада тау-лептона, идущих от процесса $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$. Так как данный эксперимент использует ядерную эмульсию в качестве мишени, ее сканирование позволяет отождествлять тау-распады, основываясь на топологии событий, см. рис. 8. Чувствительность эксперимента соответствует ν_μ/ν_τ отношению на уровне $\sim 10^{-4}$, при ожидаемом фоне ν_τ событий, идущих от распадов D_s -мезонов, порядка 10^{-6} . Таким образом, обнаружение заряженных токов

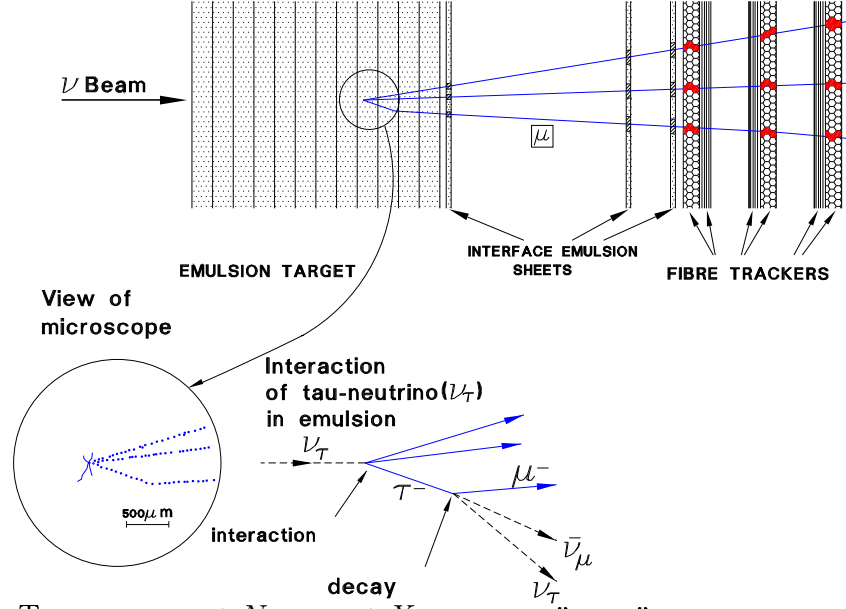


Рис. 8: Топология $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$ взаимодействий в мишени детектора CHORUS.

$\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$ будет явным свидетельством в пользу $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляций. На сегодняшний день осцилляции нейтрино не обнаружены, и коллаборация поставила ограничения на параметры осцилляций, соответствующие

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) < 3.3 \times 10^{-4},$$

для $\Delta m^2 > 40 \text{ eV}^2$.

NOMAD: NOMAD детектор [51] (Neutrino Oscillation MAgnetic Detector) наравне с экспериментом CHORUS был оптимизирован для поиска $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляций. Однако в отличие от CHORUS детектора, для идентификации тау-распадов NOMAD детектор использует кинематические критерии отбора частиц, см. рис. 9. В таблице 4 мы привели суммарный набор каналов распадов тау-частиц, которые изучаются в эксперименте NOMAD. Энергетическое разрешение детектора $\frac{\Delta p}{p} \sim 3 - 5\%$ ($p < 10 \text{ GeV}$); $\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{3.2\%}{\sqrt{E}} \oplus 1\%$ позволило весьма точно проводить идентификацию электронов, тем самым отделяя фон, идущий от $\nu_e + N \rightarrow e^- + X$ событий, от возможного сигнала за счет реакции $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X \rightarrow e^- \bar{\nu}_e + X$. Вероятность осцилляций в отсутствии сигнала определяется следующим

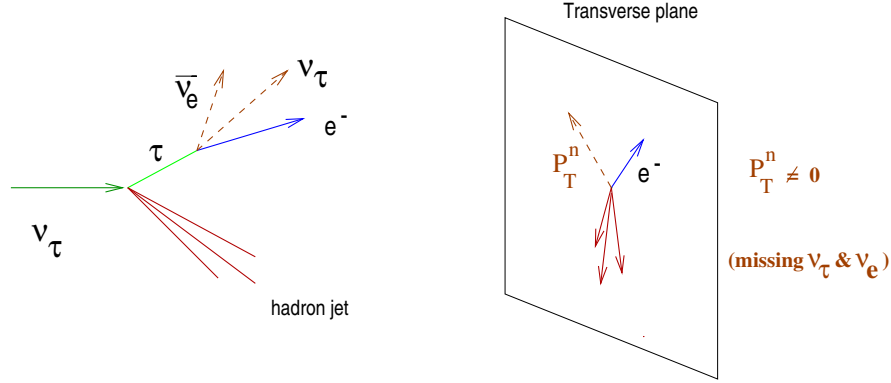


Рис. 9: Топология $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$ в поперечной плоскости к пучку нейтрино.

образом

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = \frac{N_\tau}{N_{\nu_\mu} \times (\sigma_\tau/\sigma_\mu) \times \sum_i (BR_i \times \varepsilon_i)},$$

где N_τ – число событий $\nu_\tau + N \rightarrow \tau^- + X$ в детекторе (при их отсутствии N_τ берется равным 2.3), N_{ν_μ} – число $\nu_\mu CC$ взаимодействий в детекторе, $\sigma_{\mu,\tau}$ – сечения рождения μ, τ (для учета разницы масс, $\sigma_\tau/\sigma_\mu \sim 0.48$), BR_i – парциальные ширины распадов тау-частиц и ε_i – эффективность восстановления i -ой моды распада тау-частицы. Этот эксперимент оказался наиболее статистически обеспеченным среди других, набрав в течение четырех лет около 1.2 миллиона нейтринных событий. Однако осцилляции так пока и не найдены. На сегодняшний день ограничение на осцилляции $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, найденное этим экспериментом, равно [52]

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) < 6.4 \times 10^{-4}$$

для больших значений Δm^2 , что соответствует $\sin^2 2\theta < 4.2 \times 10^{-3}$.

На рисунке 10 мы суммировали все современные данные ускорительных экспериментов и привели соответствующие кривые для параметров осцилляций, которые полагают получить в будущих экспериментах.

Будущие ускорительные эксперименты

На сегодняшний день существует ряд проектов по постановке будущих нейтринных экспериментов. Так например, для поиска $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляций было предложено объединить две существующие техники идентификации

моды распадов τ^-	BR (%)	ϵ (%)	BR $\times \epsilon$ (%)	N_τ^*	N_{BKG}
$\tau^- \rightarrow e^- \nu_e \nu_\tau$	18.0	13.5	2.4	39	4.6
$\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$	17.6	3.9	0.7	11	2.2
$\tau^- \rightarrow \pi^- \nu_\tau$	11.7	1.5	0.2	3	≤ 0.2
$\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau$	25.2	2.2	0.5	7	≤ 0.2
$\tau^- \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ n \pi^0 \nu_\tau$	14.4	7.7	1.1	18	≤ 0.2
итог			4.9%	78	~ 7

Таблица 4: Моды распадов τ^- , использованные для поиска осцилляций в детекторе NOMAD. BR – парциальные вероятности различных мод распадов, ϵ – чувствительность к данной моде распада тау после применения критериев отбора кандидатов. N_τ^* – число ожидаемых событий при смешивании $\sin^2 2\theta = 5 \times 10^{-3}$ для больших Δm^2 и N_{BKG} – число ожидаемых фоновых событий. Использованная статистика $1.1 \times 10^6 \nu_\mu CC$ событий.

тау распадов [53, 54] и построить в будущем вершинный детектор на основе силиконового вершинного детектора, уже успешно применяемого в коллайдерной физике. Данный детектор будет способен идентифицировать распады тау-лептонов на основе одновременно кинематических и топологических критериев отбора, что позволит еще как минимум на порядок продвинуться в области осцилляционных параметров, см. рис. 10. Вследствие того, что данная техника является совершенно новой, в ЦЕРНе было решено провести пробный эксперимент с использованием вершинного детектора на основе детектора NOMAD (прототип) [55]. Силиконовый вершинный детектор, имеющий массу 44 кг., был установлен внутри детектора NOMAD в 1997 году. Первые данные оказались вполне обнадеживающими. Примененная техника позволила идентифицировать распады очарованных частиц, которые имитируют распады тау лептонов. На рисунке 11 приведен кандидат на распад очарованной частицы по каналу $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + D^0 + \pi^+ \pi^0 + N$, $D^0 \rightarrow K^- + \pi^+$, $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Одним из наиболее привлекательных сценариев проведения будущих ускорительных экспериментов являются “long-base line” эксперименты, где пучок нейтрино, идущий от ускорителя, направляется в детектор, отстоящий от пучка на большом расстоянии, $\sim 10^3$ километров. Это позволит экспериментаторам продвинуться в область малых масс, предсказываемую экспериментами по изучению атмосферных

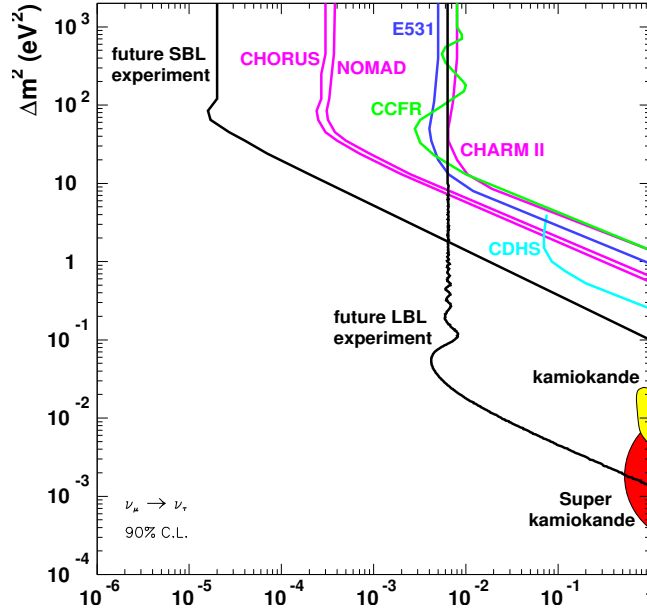


Рис. 10: Современные пределы на параметры осцилляций $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ и соответствующие кривые будущих ускорительных экспериментов (SBL – “short-base line” эксперименты, LBL – “long-base line” эксперименты). Для сравнения приведены разрешенные области из данных по атмосферным нейтрино.

нейтрино.

2.5.6 Проблема атмосферных нейтрино

Взаимодействие космических лучей с атмосферой Земли приводит к возникновению адронных потоков, которые состоят в основном из пионов и каонов. Когда их энергии не велики, они распадаются, создавая пучки нейтрино по каналам

$$\begin{aligned} \pi^\pm &\rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu^{(-)}, \\ K^\pm &\rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu^{(-)}, \end{aligned} \quad \mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_\mu^{(-)} + \nu_e^{(-)}.$$

Парциальные ширины мод распадов пионов и каонов достаточно хорошо известны в физике частиц, поэтому с достаточно хорошей точностью удается определить отношение потоков ν_μ/ν_e , которое предсказывается

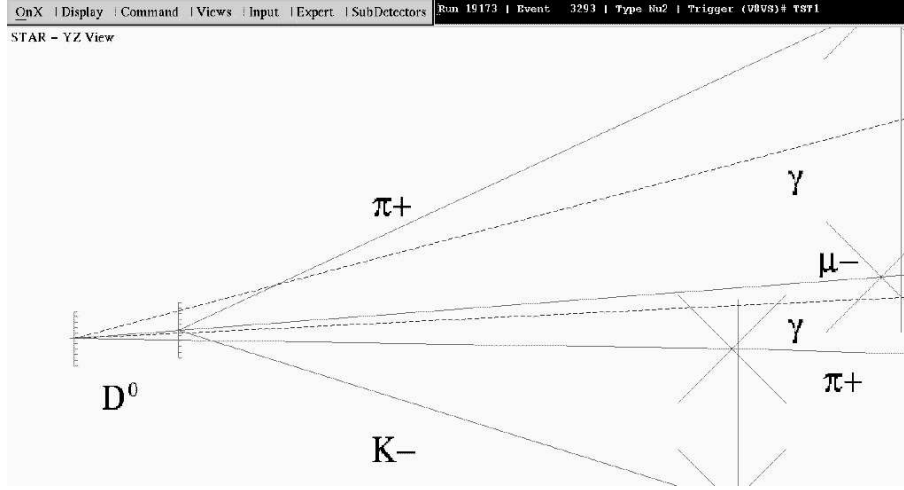


Рис. 11: Кандидат на распад очарованной частицы в детекторе NOMAD-STAR [55] по каналу $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + D^0 + \pi^+\pi^0 + N$, $D^0 \rightarrow K^- + \pi^+$, $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.

равным 2 для энергии нейтрино $E_\nu \sim 100$ MeV. Неопределенности в знании потоков космических лучей и неточность адронных моделей приводят к ошибке не более $\pm 10\%$ для данного отношения. Отношение потоков ν_μ/ν_e атмосферных нейтрино определялось в различных экспериментах. Их результаты суммированы в таблице 5.

Для изучения потоков атмосферных нейтрино экспериментаторы используют два типа детекторов: водно-черенковские детекторы KAMIOKANDE [56] и IMB-3 [57] и калориметрические детекторы FREJUS [58], NUSEX [59] и SOUDAN-2 [60]. Усредненные данные по всем экспериментам представляются в виде отношения (ν_μ/ν_e) потоков атмосферных нейтрино, наблюдаемых в данном эксперименте, к предсказанному для этого эксперимента MC (моделирование по методу Монте Карло), что дает:

$$R = \frac{(\nu_\mu/\nu_e)_{DATA}}{(\nu_\mu/\nu_e)_{MC}} = 0.61 \pm 0.06.$$

Отклонение величины R от единицы и называется аномалией атмосферных нейтрино. Эта аномалия может быть рассмотрена как сильное указание на существование нейтринных осцилляций. Поскольку KAMIOKANDE и IMB видят избыток ν_μ событий, их отклонения можно интерпретировать

Эксперименты	Масса детектора × время экспозиции	$\frac{(\nu_\mu/\nu_e)_{DATA}}{(\nu_\mu/\nu_e)_{MC}}$
KAMIOKANDE [56]	6.1	$0.60 \pm 0.07 \pm 0.05$
IMB-3 [57]	7.7	$0.54 \pm 0.05 \pm 0.07$
FREJUS [58]	1.56	$1.00 \pm 0.15 \pm 0.08$
NUSEX [59]	0.40	0.99 ± 0.29
SOUDAN-2 [60]	1.01	$0.67 \pm 0.17 \pm 0.09$

Таблица 5: Сравнение отношений (ν_μ/ν_e) потоков атмосферных нейтрино для различных экспериментов.

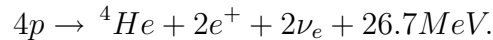
как $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ или $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ осцилляции с большим углом смешивания и Δm^2 в диапазоне от 10^{-1} до $10^{-3} eV^2$. Последние данные с KAMIOKANDE [61] детектора также показали наличие данной аномалии в так называемой multi-GeV области, тогда как их прежние данные относились к sub-GeV области. Более того, эта коллаборация сумела измерить угловое распределение прихода нейтрино. Поскольку нейтрино рождаются в различных областях атмосферы Земли и могут проходить сквозь Землю, то длина их пути до взаимодействия в детекторе может изменяться от 10 до 13000 километров. Таким образом, информацию об этом расстоянии можно определять путем измерения зенитного угла θ . На рисунке 12 мы приводим это распределение вместе с наилучшим фитом в предположении наличия $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ и $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляций, чьи параметры находятся в интервалах:

$$\sin^2 2\theta = 0.7 \pm 0.2 \quad \text{для} \quad 10^{-3} < \Delta m^2 < 10^{-1}.$$

Набор данных в этом эксперименте продолжается. Однако для того, чтобы окончательно утвердиться в наличии осцилляций, нужны дополнительные данные от других экспериментов, использующих другие методики измерений потоков нейтрино.

2.5.7 Проблема солнечных нейтрино

Солнце является мощным источником нейтрино. Ядерные процессы, идущие в ядре Солнца, в конечном итоге приводят к появлению нейтрино. Эти процессы можно суммировать как реакцию образования ядра гелия из свободных протонов с рождением лептонов и выделением тепла



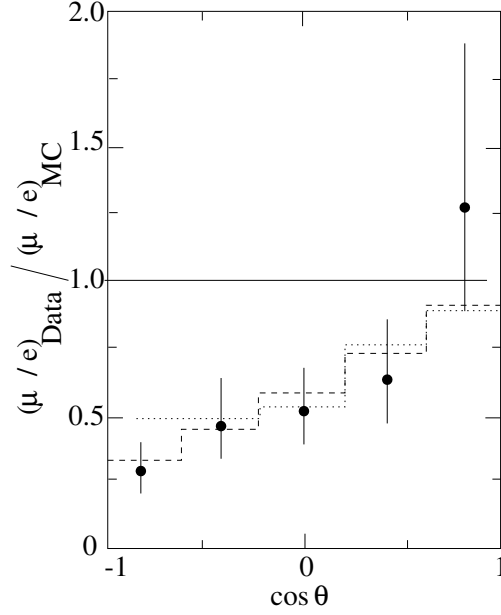


Рис. 12: Угловое распределение для отношения R , измеренное КАМИО-КАНДЕ детектором. Штриховая и пунктирная линии соответствуют гипотезе существования $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ и $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ осцилляций.

Основная энергия уносится фотонами, а на долю нейтрино приходится лишь малая часть кинетической энергии. Средняя энергия, уносимая двумя нейтрино, в результате этой реакции $\sim 0.59 \text{ MeV}$. Однако благодаря процессам рассеяния и поглощения фотонам требуется примерно 10^6 лет, чтобы достичь поверхности Солнца, в то время как нейтрино может проходить сквозь толщу Солнца практически свободно, давая нам важную информацию о внутреннем строении Солнца.

Предполагая, что Солнце находится в состоянии гидростатического и теплового равновесия на протяжении достаточного большого промежутка времени $> 10^6$ лет, можно считать, что количество выделенной тепловой энергии равно количеству энергии, испущенной с поверхности Солнца. Наблюдаемая светимость Солнца, L_\odot , может быть использована для оценки выхода нейтрино

$$\frac{dN_{\nu_e}}{dt} = \frac{2L_\odot}{26.1 \text{ MeV}} = 1.8 \times 10^{38} \text{ s}^{-1}.$$

Исходя из этой оценки, нетрудно получить поток нейтрино от Солнца, достигший Земли, положив среднее расстояние между Землей и Солнцем, равным $1.5 \times 10^{11}m$:

$$\phi_{\nu_e} = 6.4 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}.$$

Однако полный поток нейтрино, а также энергетический спектр нейтрино не так легко получить, поскольку эта информация зависит от знаний кинематики ядерных реакций и внутреннего температурного режима Солнца. Ядерные реакции, идущие в Солнце, можно разделить на две основные категории: pp -цикл и CNO -цикл. Энергетические спектры нейтрино для этих циклов приведены на рисунке 13. Для звезд с достаточно низкой

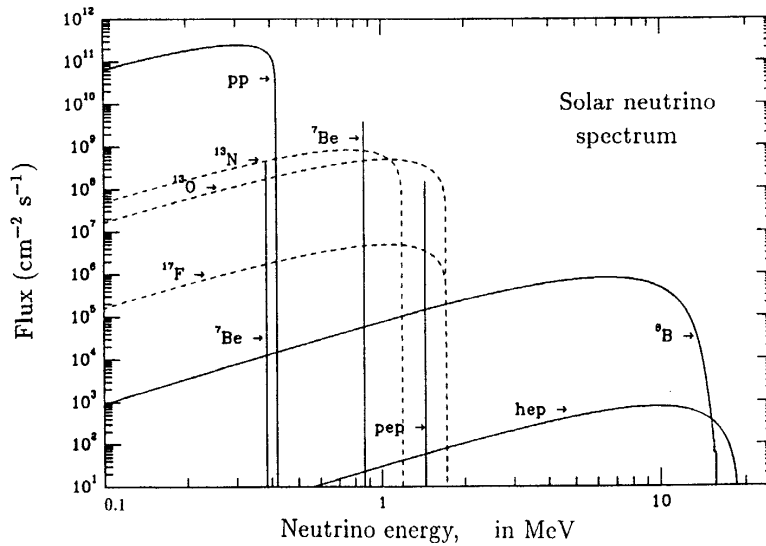


Рис. 13: Поток солнечных нейтрино, предсказываемый Стандартной Солнечной Моделью (ССМ) на поверхности Земли, как функция энергии нейтрино. Показаны основные процессы: pp , ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ (см. текст) и менее важные вклады, идущие от реакций $p + e^- + p \rightarrow {}^2\text{He} + \nu_e$ (pep), ${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + e^+ + \nu_e$ (hep) и бета распады ядер в CNO цикле, ${}^{13}\text{N}$, ${}^{15}\text{O}$ и ${}^{17}\text{F}$. Монохроматические линии даны в единицах $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, а спектры в единицах $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{MeV}^{-1}$.

температурой, как у Солнца, доминирующим является pp -цикл. Три основные

реакции в pp -цикле, отвечающие за генерацию ν_e нейтрино, имеют вид:

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow {}^2\text{H} + \nu_e + e^+, & E(\nu_e) &\leq 0.420 \text{ MeV}, \\ {}^7\text{Be} + e^- &\rightarrow {}^7\text{Li} + \nu_e, & E(\nu_e) &= 0.862 \text{ MeV}, \quad (90\%) \\ {}^8\text{B} &\rightarrow {}^8\text{Be} + \nu_e + e^+, & E(\nu_e) &\leq 14.6 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Отношение потоков этих реакций выглядит как $\phi_{pp} : \phi_{Be} : \phi_B = 1 : 0.08 : 10^{-4}$.

Для детектирования солнечных нейтрино на Земле в большинстве детекторов используют две реакции:

- **упругое рассеяние нейтрино на электронах** ($\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$):
Данная реакция используется в известном водно-черенковском детекторе КАМИОКАНДЕ [62]. Детектор способен определять направление приходящих нейтрино путем измерения энергии и направления рассеянных электронов. Энергетический порог детектора равен 7.5 MeV , что делает его чувствительным в основном к борным нейтрино.⁸ В апреле 1996 года начал свою работу детектор Super-Kamiokande [63], масса которого равна 22000 тонн, что превосходит массу КАМИОКАНДЕ детектора в десять раз. Его энергетический порог уменьшен до $\sim 5 \text{ MeV}$, что позволяет измерять спектр борных нейтрино с лучшей статистикой.
- **обратный β -распад** ($\nu_e + (A, Z) \rightarrow e^- + (A, Z + 1)$):
Первый детектор по измерению солнечных нейтрино был основан именно на наблюдении этой реакции. В эксперименте Homestake измеряется выход ${}^{37}\text{Ar}$ от захвата нейтрино хлором ${}^{37}\text{Cl}$ [64]

$$\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}.$$

Эта реакция имеет энергетический порог 0.814 MeV , и поэтому эксперимент Homestake чувствителен только к ${}^7\text{Be}$ и ${}^8\text{B}$ нейтрино. В среднем ~ 0.5 ${}^{37}\text{Ar}$ атомов в день регистрируется данным детектором. Этот детектор начал свою работу еще в 1960 году и продолжает набор данных и по сей день.

Более современные детекторы, основанные на этом принципе, GALLEX [65] и SAGE [66] используют другую реакцию:

$$\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + {}^{71}\text{Ge}.$$

⁸В дальнейшем мы будем использовать термины борное нейтрино и т. д. в соответствии с реакцией, в которой испускается данное нейтрино.

Энергетический порог данной реакции гораздо ниже и составляет всего лишь 0.233MeV , что позволяет измерять этим детекторам практически все потоки нейтрино.

В таблице 6 собраны результаты этих экспериментов в сравнении с различными солнечными моделями, которые часто в литературе называют Стандартной Солнечной Моделью (ССМ) [67, 68, 69].

Эксперимент	Наблюдаемый поток	BP[67]	TCL[68]	DS[69]
KAMIOKANDE	$2.80 \pm 0.19 \pm 0.33$	5.69 ± 0.82	4.4 ± 1.1	2.49 ± 0.55
Homestake	$2.55 \pm 0.17 \pm 0.18$	8.0 ± 1.0	6.4 ± 1.4	$41. \pm 1.2$
GALLEX	$69.77 \pm 6.7 \pm 4.2$	132 ± 7	123 ± 7	115 ± 6
SAGE	$72 \pm 12 \pm 6$	132 ± 7	123 ± 7	115 ± 6

Таблица 6: Сравнение экспериментальных данных по измерению потоков солнечных нейтрино с тремя моделями Солнца. Для детектора KAMIOKANDE и соответствующих теоретических предсказаний единицами являются $10^6 \text{sm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Остальные данные приведены в единицах SNU (Solar Neutrino Unit, 1 SNU равен одному захвату нейтрино за секунду на 10^{36} атомов ядра). Первая ошибка представляет собой статистическую ошибку, а вторая – систематическую.

Наблюдаемый поток нейтрино от Солнца во всех экспериментах значительно ниже его теоретических предсказаний. Это так называемая “проблема солнечных нейтрино”. Фитирование всех данных приводит к тому, что мы практически не наблюдаем потока бериллиевых нейтрино. Существует три решения этой проблемы:

1. *Статистическое решение:* заключается в том, что точность результатов всех детекторов по измерению солнечных нейтрино нами завышена и неучтенные систематические ошибки могут привести к согласию экспериментальных данных и теоретических расчетов.
2. *Астрофизическое решение:* стандартная модель Солнца неадекватно описывает процессы, идущие в недрах Солнца, и, соответственно, сами потоки нейтрино. Хотя эта возможность еще не исключена окончательно, подавление потока бериллиевых нейтрино не может быть объяснено на основе этого подхода (вариации модельных параметров

не приводят к существенному подавлению потока бериллиевых нейтрино). Достаточно заметить, что потоки бериллиевых и борных нейтрино температурно зависимы. При этом изменение температурных параметров больше влияет на поток борных, а не бериллиевых нейтрино.

3. *Решение в рамках физики частиц:* это одно из наиболее популярных решений данной проблемы. Нестандартные свойства нейтрино, выходящие за рамки СМ, могут объяснить нехватку солнечных нейтрино. Одно из элегантных решений – гипотеза о существовании нейтринных осцилляций в вакууме и/или веществе (где возникает эффект МСВ). Однако имеются и другие объяснения. Так например, наличие у нейтрино аномально большого магнитного момента (порядка $10^{-10}\mu_B$) решило бы проблему солнечных нейтрино за счет прецессии спина нейтрино (взаимодействия магнитного момента нейтрино с магнитным полем Солнца). Однако в стандартной модели магнитный момент нейтрино равен $\mu_\nu = 3 \times 10^{-19}\mu_B(m_\nu/1 \text{ eV})$ и вообще исчезает, если масса нейтрино равна нулю. И все же большой магнитный момент у нейтрино предсказывается в ряде моделей, выходящих за рамки СМ.

Остановимся здесь более подробно на третьем решении и обсудим, каким же образом можно объяснить дефицит солнечных нейтрино на основе нейтринных осцилляций или нестандартных электромагнитных свойств нейтрино.

Описание теории нейтринных осцилляций дано в разделе 2.3. Для решения проблемы солнечных нейтрино в терминах вакуумных нейтринных осцилляций нужно потребовать наличие у нейтрино очень малой разницы масс, порядка $\Delta m^2 \sim 10^{-10} - 10^{-11} \text{ eV}^2$; при этом угол смешивания нейтрино должен быть достаточно большим: $\sin^2 2\theta > 0.7$. Более того такое решение требует очень тонкой подстройки осцилляционных параметров, и поэтому считается маловероятным.

Наиболее реальным решением солнечной проблемы является резонансное усиление нейтринных осцилляций веществом – эффект МСВ. Если параметры осцилляций будут удовлетворять условию (2.36), которое на языке энергии нейтрино можно переписать как

$$E_{\nu_e}^{res} (MeV) = \frac{\Delta m^2 (eV^2) \cos 2\theta_{vac}}{2\sqrt{2}G_F N_e^{res}} = \frac{\Delta m^2 (eV^2) \cos 2\theta_{vac}}{1.526 \times 10^{-5} eV}, \quad (2.50)$$

то основная часть борных и берилливых нейтрино будет проходить резонансную область при $\Delta m^2 \cos 2\theta_{vac} \sim 10^{-4} eV^2$. В адиабатическом режиме происходит полное подавление нейтринного потока. Поэтому две области осцилляционных параметров допустимы. На рисунке 14 приведены данные области и соответствующие экспериментальные ограничения. Для дальнейшего изучения проблемы

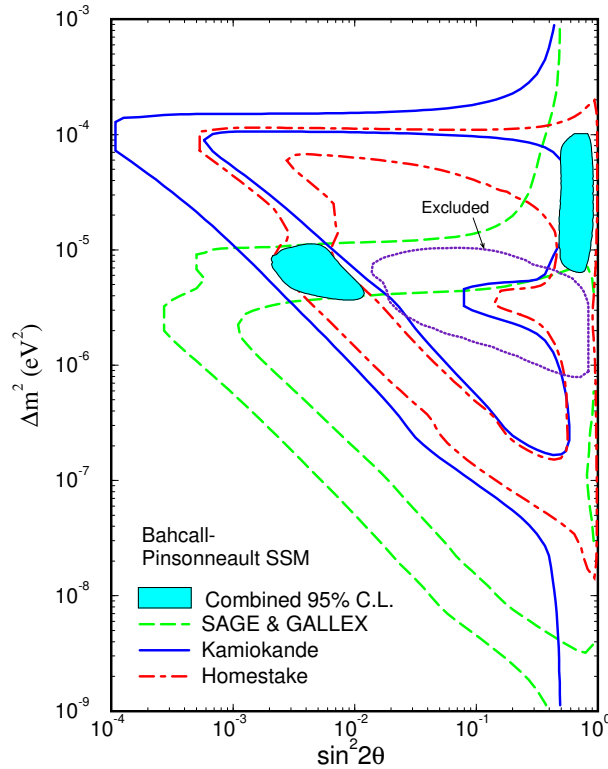


Рис. 14: Разрешенные области осцилляционных параметров (заштрихованные области) для объяснения дефицита солнечных нейтрино и соответствующие данные четырех экспериментов, см. обозначения на рисунке.

солнечных нейтрино вскоре вступят в фазу набора данных новые типы детекторов. Это – детектор нейтринной лаборатории Садберри (SNO – от английского Solar Neutrino Observatory) [70] и детектор BOREXINO [71]. Оба имеют интересные особенности. SNO детектор будет использовать

примерно 1000 тонн тяжелой воды, что позволит изучать не только упругое рассеяние нейтрино на электронах, но реакции по каналу заряженного и нейтрального токов:

$$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-, \quad \nu_x + d \rightarrow p + n + \nu_x.$$

Изучение этих процессов даст важнейшую информацию о том, какие же именно нейтрино достигают поверхности Земли. В эксперименте BOREXINO будет использоваться примерно 100 тонн очень чистого жидкого сцинтиллятора для того, чтобы измерять упругое рассеяние нейтрино на электронах с низким порогом 0.230 MeV . Цель данного эксперимента измерить поток бериллиевых нейтрино, что позволит ответить на вопрос: какая именно область осцилляционных параметров реализуется в эффекте МСВ (в предположении именно этого решения проблемы солнечных нейтрино).

Если же нейтрино может обладать нестандартными электромагнитными свойствами, такими как аномальный магнитный и/или анапольный (тороидный) моменты нейтрино, то с их помощью также можно объяснить проблему солнечных нейтрино.

В 1981 Cisneros [72] выдвинул идею о том, что нейтрино, обладающие отличным от нуля магнитным моментом, могут претерпевать прецессию спина в сильном магнитном поле, каким обладает Солнце. Впоследствии несколько авторов [73] развили эту идею. Предположим, что имеются два нейтрино: ν_{eL} – нейтрино, участвующее в слабых взаимодействиях, и нейтрино ν_{eR} , которое стерильно по группе $SU(2)$. Рассмотрим эволюцию этих двух киральных компонент в присутствии магнитного поля B :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{eR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{G_F}{\sqrt{2}}(2N_e - N_n) & \mu_{\nu_e} B(t) \\ \mu_{\nu_e} B(t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{eR} \end{pmatrix}.$$

Здесь μ_ν есть магнитный момент нейтрино, а $N_{e,n}$ – соответствующие плотности электронов и нейтронов среды.⁹ Легко убедиться, что вероятность перехода в данном случае будет равна

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = \frac{(2\mu_{\nu_e} B)^2}{C} \sin^2(\sqrt{C}t/2),$$

где

$$C = \frac{G_F^2}{2}(2N_e - N_n)^2 + (2\mu_{\nu_e} B)^2.$$

⁹Для простоты мы ограничились рассмотрением нейтральной среды, $N_e = N_p$.

В вакууме, когда член $\frac{G_F^2}{2}(2N_e - N_n)^2$ равен нулю, возникает прецессия спина нейтрино, которая в среде может подавляться, при выполнении условия $\frac{G_F^2}{2}(2N_e - N_n)^2 \gg (2\mu_\nu B)^2$. Принимая во внимание экспериментальные данные по потоку солнечных нейтрино и величину магнитного поля внутри Солнца ($B \sim 10^3 G$), легко показать, что расхождение теории с экспериментом объясняется за счет таких осцилляций при том условии, что магнитный момент нейтрино имеет порядок $\mu_\nu \sim 10^{-10} \mu_B$. Дальнейшее изучение этой гипотезы выявило принципиально новую возможность, так называемых спин-флейворных нейтринных осцилляций, например, переходов

$$\nu_{\alpha L} \rightarrow \nu_{\beta R} \quad \alpha \neq \beta \quad \alpha, \beta = e, \mu, \tau.$$

Можно показать, что резонансные переходы в базисе $\nu_{eL}, \nu_{eR}, \nu_{\mu L}, \nu_{\mu R}$ возникают при следующих условиях [73]:

$$\begin{aligned} N_e &\simeq \frac{\Delta m^2}{2\sqrt{2}G_F E_\nu} \quad (\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu L}), \\ N_e &\simeq \frac{12}{11} \frac{\Delta m^2}{2\sqrt{2}G_F E_\nu} \quad (\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu R}), \\ N_e &\simeq 12 \frac{\Delta m^2}{2\sqrt{2}G_F E_\nu} \quad (\nu_{\mu L} \rightarrow \nu_{eR}). \end{aligned}$$

2.5.8 Общая интерпретация экспериментальных данных

Интерпретация всех доступных экспериментальных данных по поиску нейтринных осцилляций является достаточно трудной проблемой.

На рисунке 15 показаны возможные области для параметров осцилляций,¹⁰ которые допускаются существующими экспериментальными данными и различными теоретическими моделями. На данный момент существует три проблемы, которые можно решить в рамках нейтринных осцилляций:

- *дефицит солнечных нейтрино*: проблема решается в терминах $\nu_e \rightarrow \nu_\chi$ осцилляций в веществе с помощью МСВ-эффекта при этом параметры осцилляций должны удовлетворять условиям:

$$\Delta m^2 = (0.3 - 1.2) \times 10^{-6} eV^2, \quad \begin{cases} \sin^2 2\theta = (0.6 \pm 0.3) \times 10^{-2}, \\ \sin^2 2\theta = (0.6 \pm 0.2). \end{cases}$$

¹⁰Последние данные по всем экспериментам и теоретическим моделям можно найти на WWW [74].

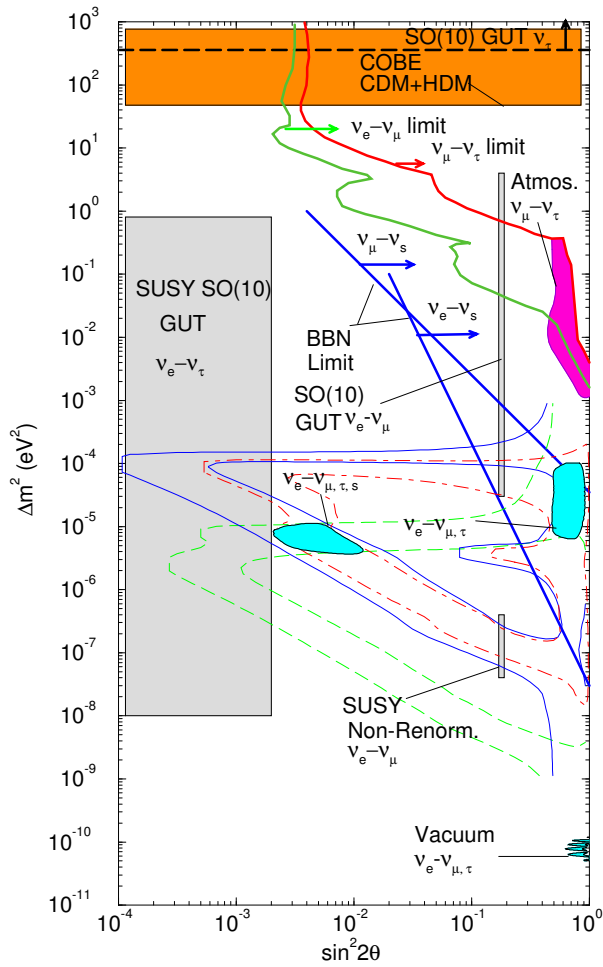


Рис. 15: Общее положение дел в осцилляционной физике нейтрино. Показаны четыре области параметров нейтринных осцилляций для объяснения проблемы солнечных и атмосферных нейтрино, а также области, предсказываемые различными теоретическими моделями (заштрихованные области). В направлении стрелок от соответствующих кривых показаны запрещенные области осцилляционных параметров – Δm^2 и $\sin^2 2\theta$.

Другим возможным решением являются вакуумные нейтринные осцилляции с параметрами: $\Delta m^2 \sim 10^{-10} eV^2$ для $\sin^2 2\theta > 0.7$;

- *атмосферная нейтринная аномалия*: эту проблему можно решить в терминах $\nu_\mu \rightarrow \nu_{e,\tau}$ осцилляций при следующих значениях параметров осцилляций:

$$\sin^2 2\theta = 0.7 \pm 0.2 \quad \text{для} \quad 10^{-3} < \Delta m^2 < 10^{-1}.$$

- *LSND данные*: можно интерпретировать как $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ осцилляции при Δm^2 порядка $1 eV^2$.

Теоретиками было предложено множество моделей в рамках существования трех известных нейтрино для объяснения всех этих аномалий, см. обзор [75]. Однако можно сказать, что найденные решения хоть и не противоречат существующим данным, но и не находятся в хорошем согласии с ними. Вывод один: для прояснения ситуации в нейтринной физике нужны как новые экспериментальные данные, так и новые теоретические идеи.

В последующих главах мы обсудим статус третьей электромагнитной характеристики нейтрино, которая, в некотором смысле, остается новой для нейтринной физики, несмотря на ее солидный возраст! Речь идет об аналоге Я. Б. Зельдовича [76] и его обобщения тороидного дипольного момента [77]. Наши исследования данной характеристики вылились в ряд работ по вычислению ее в рамках СМ и ее возможных приложений в физике нейтрино, которые составили основу для данной диссертационной работы.

3 Тороидный момент нейтрино

В этом разделе обсуждается тороидный дипольный момент нейтрино: история возникновения [76, 77], вычисление в рамках СМ [78, 79] и его физические приложения [80, 81].

3.1 История вопроса

Анапольный момент для дираковских частиц со спином $1/2$ был введен Я. Б. Зельдовичем [76] при рассмотрении СР-инвариантной теории слабого взаимодействия с нарушением С- и Р-четностей. Впоследствии при рассмотрении вопроса о наиболее полной параметризации 4-вектора электромагнитного тока Дубовик и Чешков [77] ввели более общую величину – тороидный дипольный момент (ТДМ). ТДМ совпадает с анаполем только на массовой поверхности частицы, т.е. когда в вычислениях данной характеристики массы начального и конечного состояния равны друг другу. Более того, в отличие от анаполя, именно ТДМ соответствует простой классической модели, предложенной вначале для анаполя – тороидной катушке с четным числом обмоток. Было указано целое семейство тороидных моментов, в котором ТДМ представляет собой первый член по аналогии с семействами магнитных и электрических моментов. В статическом состоянии тороидные моменты не создают внешнего ни электрического, ни магнитного полей в вакууме, однако порождают свободно-полевой (калибровочно-инвариантный) поперечно-продольный потенциал [82], который отвечает за топологические квантовые эффекты, подобные эффекту Ааронова–Бома. Как было отмечено в работе [83], майорановские частицы с любым значением спина обладают только ТДМ в статическом состоянии.

Вычисления вакуумного анапольного момента дираковской частицы было начато в 1972 году [84]. Впоследствии появилось множество работ, в которых обсуждался вопрос о проблеме калибровочной инвариантности данной характеристики в рамках СМ; производились различные вычисления, показывающие, что данная характеристика имеет разные значения в различных калибровках. Поэтому встал вопрос о наблюдаемости данной величины в рамках СМ. (Для ссылок см. [84, 85, 86, 87]). Однако спустя почти 20 лет в работе [88] было доказано, что анаполь, точнее ТДМ, является конечной величиной, и были указаны причины расходимостей при вычислении данной характеристики в предыдущих расчетах и методы их устранения. Авторы определяли взаимодействие анаполя как аксиально-

векторное контактное взаимодействие тока фермионов с внешним электромагнитным полем. Ситуация с анаполем была неясной также вследствие неверного толкования различными авторами [85] анапольного взаимодействия (электромагнитного взаимодействия, вызванного наличием у частицы анапольного момента). Предполагалось, что анаполь может взаимодействовать только с током виртуальных фотонов (авторы ассоциировали реальное электромагнитное поле с плоской волной). Однако исходя из первоначальной идеи Зельдовича, анаполь должен взаимодействовать с вихревым магнитным полем, $\text{rot } \mathbf{B}$, и это поле не является суперпозицией плоских волн. Далее мы подробно обсудим все эти вопросы.

3.2 Определение ТДМ нейтрино

Амплитуду взаимодействия тока нейтрино с внешним электромагнитным полем \mathcal{A}^μ в импульсном представлении запишем в общем виде:

$$\mathcal{M} \propto J_\mu^{\text{EM}}(q)\mathcal{A}^\mu(q),$$

где ток дираковских и майорановских частиц имеет вид

$$\begin{aligned} J_\mu^{\text{EM}}(q)_{\text{Dirac}} &= [\bar{u}_f(\mathbf{p}')\Gamma_\mu(q)u_i(\mathbf{p})], \\ J_\mu^{\text{EM}}(q)_{\text{Majorana}} &= [\bar{u}_f(\mathbf{p}')\Gamma_\mu(q)u_i(\mathbf{p}) + \bar{v}_i(\mathbf{p})\Gamma_\mu(q)v_f(\mathbf{p}')] \\ &\equiv \bar{u}_f(\mathbf{p}') \left[\Gamma_\mu(q) - (C^{-1}\Gamma_\mu(q)C)^T \right] u_i(\mathbf{p}), \end{aligned} \quad (3.1)$$

здесь $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$ – переданный импульс, $u(p)$ и $v(p)$ – биспиноры и C – матрица зарядового сопряжения (в дальнейшем мы будем использовать киральное представление для γ -матриц где $C = i\gamma_0\gamma_2$ и нормировку биспиноров $\bar{u}(\mathbf{p})u(\mathbf{p}) = 1$). В теории слабых взаимодействий вершинная функция $\Gamma_\mu(q)$ характеризуется четырьмя феноменологическими эл. маг. форм-факторами [77, 89]. Ее лоренцевскую структуру можно представить различным образом; наиболее популярной является параметризация

$$\Gamma_\mu(q) = F(q^2)\gamma_\mu + M(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu + E(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5 + A(q^2)[q^2\gamma_\mu - \hat{q}q_\mu]\gamma_5, \quad (3.2)$$

где F , M , E и A так называемые нормальный магнитный, аномальный магнитный, электрический и анапольный дипольные форм-факторы. Эти форм-факторы являются физически наблюдаемыми величинами в пределе $q^2 \rightarrow 0$, и их соответствующие линейные комбинации определяют мультипольные

Таблица 7: C-, P-, T-свойства различных электромагнитных взаимодействий.

	σ	\mathbf{B}	\mathbf{E}	$\text{rot}\mathbf{B}, \mathbf{E}$	$\sigma \cdot \mathbf{B}$	$\sigma \cdot \mathbf{E}$	$\sigma \cdot \mathbf{J}_{\text{ext}}$
C	+	-	-	-	-	-	-
P	+	+	-	-	+	-	-
T	-	-	+	-	+	-	+

магнитный (μ), электрический (d) и анапольный ¹¹ (a) дипольные моменты. В нерелятивистском пределе ($q^2 \rightarrow 0$) энергия взаимодействия с внешним эл. маг. полем имеет следующий вид:

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^{\text{Dirac}} \propto -\mu(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}) - d(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}) - a(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{J}_{\text{ext}}),$$

где \mathbf{B} и \mathbf{E} – напряженности внешних магнитного и электрического полей, \mathbf{J}_{ext} – внешний эл. м. ток.

По сравнению с дираковскими нейтрино, которые могут обладать в статическом пределе ($m_i = m_f, q^2 \rightarrow 0$) тремя дипольными моментами, μ , d и a , электромагнитные свойства майорановских нейтрино представляются только одной характеристикой – анапольным моментом (тороидным дипольным моментом). Этот факт является следствием сохранения СРТ-четности и C-, P-, T-свойств $\Gamma_\mu(q)$ и \mathcal{H}_{int} , см. таблицу 7. Однако в 1974 году при обсуждении вопроса об анапольной и мультипольной параметризации эл. маг. тока в работе [77] было указано, что анапольный момент не имеет простого классического аналога, т. е. форм-фактор $A(q^2)$ не соответствует определенному мультипольному распределению. Поэтому авторы ввели вместо анаполя более удобную характеристику, тороидный дипольный момент (ТДМ), для описания T-инвариантного взаимодействия при несохранении P и C четностей. Для понимания этого вопроса мы рассмотрим только аксиальную часть эл. маг. вершины (3.2) в мультипольной параметризации ¹²

$$\Gamma_\mu(q) \propto ie \left\{ \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P^\nu q^\lambda \gamma^\sigma \gamma_5 T(q^2) + \sigma_{\mu\nu} q^\nu D(\Delta m^2) \right\}$$

¹¹Точнее здесь нужно сказать – тороидный дипольный момент, однако мы будем придерживаться *логического* соответствия $M(0) \rightarrow \mu$, $E(0) \rightarrow d$ и $A(0) \rightarrow a$. Вопрос о *физическом* соответствии будет обсуждаться чуть ниже, где понятие анаполя будет обобщено понятием тороидного диполя.

¹²Этот вопрос для произвольных частиц со спином 1/2 детально обсуждается

$$- \frac{q^2 P_\mu - (q \cdot P) q_\mu}{q^2 - \Delta m^2} [D(q^2) - D(\Delta m^2)] \gamma_5, \quad (3.3)$$

где $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$ – антисимметричный тензор Леви-Чивитта, $P_\nu = p'_\nu + p_\nu$, $\Delta m = m_i - m_f$, $D(\Delta m^2)$, $D(q^2)$ и $T(q^2)$ – электрический дипольный момент в точке $q^2 = \Delta m^2$, электрический дипольный и тороидный форм-факторы. В данной параметризации существует однозначное соответствие между мультипольными моментами и их форм-факторами, например, электрическому дипольному моменту соответствует $D(\Delta m^2)$ форм-фактор ($d = D(q^2 = \Delta m^2)$), а ТДМ – $T(\Delta m^2)$ и т. д. В случае же анапольной параметризации (3.2) величина электрического дипольного момента определяется выражением [77]

$$d \propto ie [E(\Delta m^2) - \Delta m A(\Delta m^2)],$$

т. е. зависит от значений электрического и анапольного форм-факторов одновременно с учетом того, что на массовой поверхности фермиона точка $q_\mu^2 = 0$ не достижима из-за сохранения углового момента. Используя тождества:

$$\begin{aligned} \bar{u}_f(\mathbf{p}') \{ q^2 \sigma_{\mu\nu} q^\nu + \Delta m (q^2 \gamma_\mu - \hat{q} q_\mu) \\ + [q^2 P_\mu - (q \cdot P) q_\mu] \} \gamma_5 u_i(\mathbf{p}) = 0, \\ \bar{u}_f(\mathbf{p}') \{ \Delta m \sigma_{\mu\nu} q^\nu + (q^2 \gamma_\mu - \hat{q} q_\mu) \\ - i \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P^\nu q^\lambda \gamma^\sigma \gamma_5 \} \gamma_5 u_i(\mathbf{p}) = 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

легко найти связь между анапольным и тороидным форм-факторами

$$A(q^2) = T(q^2) + \frac{m_i^2 - m_f^2}{q^2 - \Delta m^2} [D(q^2) - D(\Delta m^2)]. \quad (3.5)$$

Как видно, они совпадают только для диагональной, симметричной по массам вершины: $m_i = m_f$. Именно определение анапольного момента двумя независимыми мультипольными форм-факторами $T(q^2)$ и $D(q^2)$ приводит к сложностям его классического толкования и к априорной трудности аналитического продолжения анапольного форм-фактора на массовую поверхность фермиона [90]. На массовой поверхности фотона,

в приложении 6.1. Здесь мы также ввели новое обозначение для электрического дипольного форм фактора – D в мультипольной параметризации, чтобы различать его с E в анапольной параметризации.

$q_\mu^2 = 0$, в калибровке Лоренца $q_\mu \mathcal{A}^\mu = 0$ энергия взаимодействия в анапольной параметризации обращается в нуль. Для тороидной параметризации тока фермиона со спином 1/2 эти трудности не возникают. Тороидный диполь имеет простой и наглядный классический аналог, см. рисунок 16. Он представляет собой первый член разложения третьего независимого мультипольного семейства моментов [77] и подобен по своей роли в мультипольном разложении тока известным магнитным и электрическим дипольным моментам. Взаимодействие

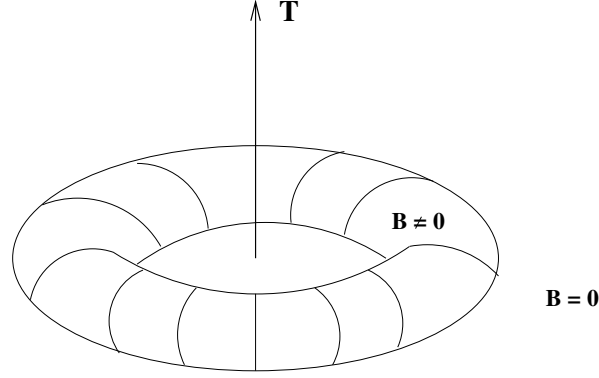


Рис. 16: Простейшая модель ТДМ. Показана конфигурация тока, обладающего тороидным дипольным моментом. Линии на торе соответствуют току циркулирующему внутри тора.

фермиона с внешним электромагнитным полем в анапольной параметризации имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{\text{int}} &= eA(q^2)\bar{\psi}(x) [q^2\gamma_\mu - \hat{q}q^\mu] \gamma_5\psi(x)\mathcal{A}^\mu(x) \\
&= eA(q^2)\bar{\psi}(x) [q^2\gamma_\mu\mathcal{A}^\mu(x) - \gamma_\mu q^\mu q_\nu\mathcal{A}^\nu(x)] \gamma_5\psi(x) \\
&= eA(q^2)\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\gamma_5\psi(x) \left[\frac{\partial^2\mathcal{A}^\mu(x)}{\partial x^\nu\partial x_\nu} - \frac{\partial^2\mathcal{A}^\nu(x)}{\partial x^\nu\partial x_\mu} \right] \\
&= eA(q^2)\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\gamma_5\psi(x) \frac{\partial F^{\mu\nu}(x)}{\partial x^\nu} \equiv eA(q^2)\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\gamma_5\psi(x) J_{\text{ext}}^\mu(x)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Таким образом, анапольный дипольный момент взаимодействует контактно лишь с внешним (может быть виртуальным) током, “натыкающимся”

на носителя этого диполя, т. е. при перекрытии комптоновских волн носителя и налетающей частицы.

В мультипольной параметризации в силу второго выражения (3.4) гамильтониан взаимодействия фермиона с внешним электромагнитным полем можно записать как:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\text{int}} &= ieT(q^2)\bar{\psi}(x)\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}P^\nu q^\lambda\gamma^\rho\psi(x)\mathcal{A}^\mu(x) \\ &= eT(q^2)\bar{\psi}(x)\left\{\Delta m\sigma_{\mu\nu}q^\nu + [q^2\gamma_\mu - \hat{q}q^\mu]\right\}\gamma_5\psi(x)\mathcal{A}^\mu(x).\end{aligned}\quad (3.7)$$

Легко видно, что в нерелятивистском пределе, когда частица находится в своей собственной системе отсчета

$$q^2 \rightarrow 0, \quad \Delta m = \omega \quad \bar{\psi}\gamma_0\gamma_5\psi \rightarrow 0, \quad \bar{\psi}\boldsymbol{\gamma}\gamma_5\psi \rightarrow \varphi^\dagger\boldsymbol{\sigma}\varphi, \quad (3.8)$$

соответствующая энергия взаимодействия имеет вид

- в анапольной параметризации (см. выражения 3.6 и 3.8):

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^A = -eA(0)\varphi^\dagger\boldsymbol{\sigma}\varphi\mathbf{J}_{\text{ext}} = -a(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{J}_{\text{ext}}) \quad (3.9)$$

так, что момент силы равен

$$\mathbf{M} = a [\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{J}_{\text{ext}}];$$

- в мультипольной параметризации (см. выражения (3.7) и (3.8):

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^T = -eT(0)\varphi^\dagger\boldsymbol{\sigma}\varphi(\mathbf{J}_{\text{ext}} + \dot{\mathbf{E}}) = -\tau(\boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot}\mathbf{B}) \quad (3.10)$$

и момент силы равен

$$\mathbf{M} = \tau [\boldsymbol{\sigma} \times \text{rot}\mathbf{B}].$$

Частица, обладающая ТДМ может взаимодействовать с внешним электромагнитным полем, в том числе со свободным, в отличие от анаполя, и сама излучать при переходе в состояние с меньшей массой. Тороидный ток нейтрино может взаимодействовать даже с источником реальных фотонов, которые могут быть представлены как “отплясывающие твист” своей магнитной компонентой.

3.3 Вычисление ТДМ нейтрино в рамках стандартной модели

В силу того, что мы не знаем ничего о природе нейтрино, для вычисления ТДМ мы предположим, что нейтрино является Майорановской частицей, а впоследствии обобщим полученный результат на случай Дираковского нейтрино.

Фейнмановские диаграммы, отвечающие за ТДМ Майорановского нейтрино в рамках стандартной модели, приведены на рисунках 17, 18. Как видно из уравнений (3.2) и (3.4), переходный ТДМ равен диагональному плюс поправка пропорциональная разнице масс нейтрино. Поэтому для вычисления диагонального ТДМ нейтрино мы можем воспользоваться как анапольной, так и мультипольной параметризацией тока, приводящих к одному и тому же типу взаимодействия с внешним полем ($\bar{u}\gamma_\mu\gamma_5u\partial_\nu F^{\mu\nu}$), см. (3.2,3.6).

Для демонстрации всей процедуры вычисления мы покажем в деталях только вычисление одной диаграммы, с $\ell\ell W$ промежуточным состоянием, см. рис. 19. Легко показать, что вклады частиц и античастиц равны друг другу, и мы рассмотрим только один из них, умножая конечный ответ на двойку. Используя правила Фейнмана для майорановских нейтрино (см. Приложение 6.2), запишем амплитуду в импульсном представлении следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= 2 \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4[p_1 - p_2 - (k_1 - k_2)] \\ &\times \bar{u}(p_1) \left[i\Gamma_\lambda^{(\ell N)} \right] i\Delta_F(k_1) (-ie\gamma_\mu) i\Delta_F(k_2) \\ &\times \left[i\bar{\Gamma}_\nu^{(\ell N)} \right] u(p_2) \left[i\Delta_W^{\lambda\nu}(p_1 - k_1) \right] \mathcal{A}^\mu(k_1 - k_2). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Для удобства вычислений перейдем в t -канал, где импульсы частиц имеют вид

$$\begin{aligned} p_1 &\rightarrow p_-, & p_2 &\rightarrow -p_+, \\ k_1 &\rightarrow k_- \equiv k_1, & k_2 &\rightarrow -k_+ \equiv -k_2, \\ q^2 &= (k_1 + k_2)^2 = (p_- + p_+)^2, \end{aligned}$$

и произведем замену пропагатора выражением

$$\frac{1}{k^2 - m^2} \rightarrow (-2\pi i) \delta(k^2 - m^2) \Theta(k_0), \quad (3.12)$$

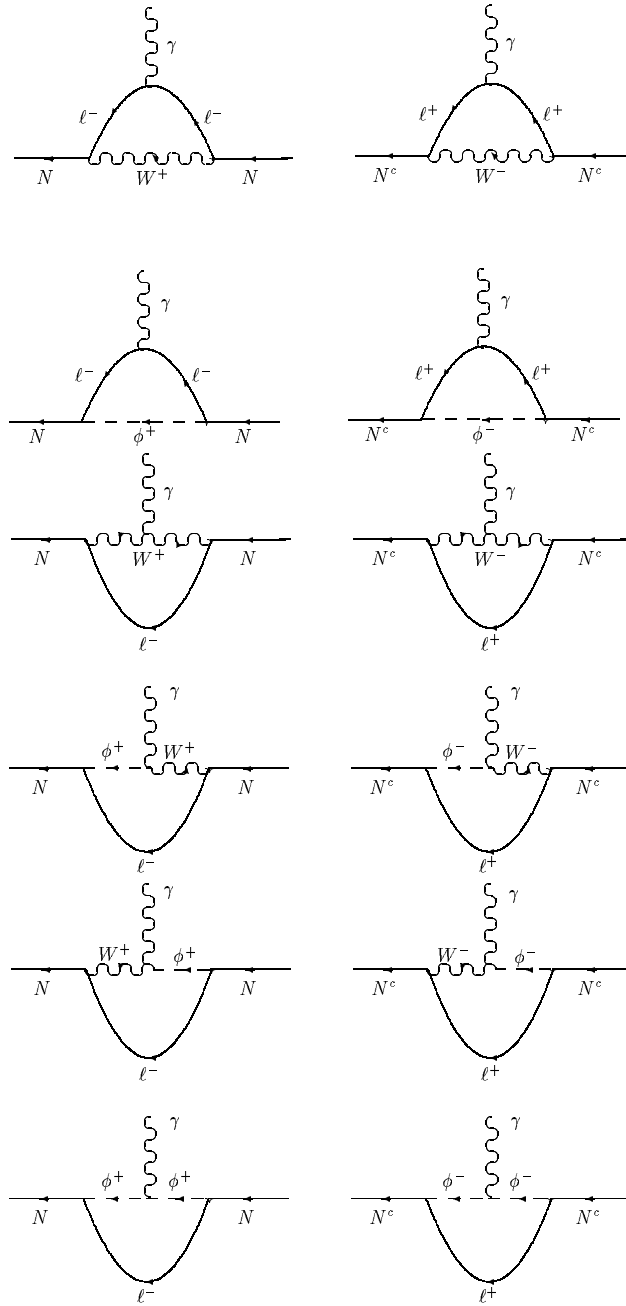


Рис. 17: Фейнмановские диаграммы треугольного вида, отвечающие за ТДМ Майорановского нейтрино.

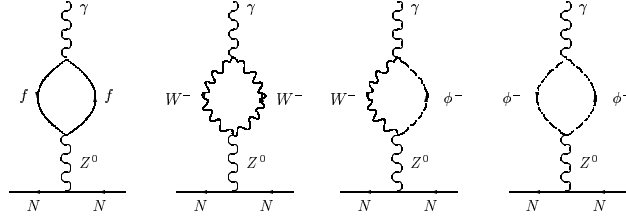


Рис. 18: Фейнмановские диаграммы поляризационного типа, ответственные за ТДМ Майорановского нейтрино.

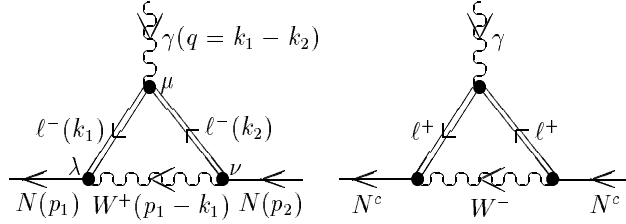


Рис. 19: Фейнмановские треугольные диаграммы с $\ell\ell W$ промежуточным состоянием для тока частицы (слева) и античастицы (справа).

которое в силу унитарности S-матрицы [93, 94] выделит из (3.11) мнимую часть этой амплитуды

$$\begin{aligned}
 \text{Im } \mathcal{M} &= -e \int d\lambda \frac{\mathcal{A}^\mu(q)}{(p_- - k_1)^2 - m_W^2} \\
 &\times \bar{u}(p_-) \Gamma_\lambda^{(\ell N)} (\hat{k}_1 + m_\ell) \gamma_\mu \\
 &\times (\hat{k}_2 - m_\ell) \bar{\Gamma}_\nu^{(\ell N)} g^{\lambda\nu} v(p_+). \tag{3.13}
 \end{aligned}$$

Здесь введено следующее обозначение для двухчастичного фазового пространства

$$\begin{aligned}
 d\lambda &= \frac{1}{(2\pi)^2} d^4 k_1 d^4 k_2 \delta^4(p_- + p_+ - k_1 - k_2) \\
 &\times \delta(k_1^2 - m_\ell^2) \Theta(k_{10}) \delta(k_2^2 - m_\ell^2) \Theta(k_{20}).
 \end{aligned}$$

Для вычисления ТДМ при $q_\mu^2 \neq 0$ будем удерживать члены только при

$\gamma_\mu \gamma_5$. Выполняя интегрирование по двухчастичному пространству [84] и выделяя в окончательном выражении нужные нам члены, получаем следующие вклады в тороидный форм-фактор нейтрино из мнимой части диаграммы $\ell\ell W$

$$\text{Im } q^2 T_i(q^2) = \frac{|A_L^{(\ell N)}|^2 - |A_R^{(\ell N)}|^2}{16\pi} (L_\ell - I_\ell - J_\ell), \quad (3.14)$$

где

$$\begin{aligned} L_k &= \frac{1}{\lambda} \ln \left| \frac{1+b_k}{1-b_k} \right|, & J_k &= \frac{\sqrt{a_k}}{\lambda^2} (2 - \lambda b_k L_k), \\ I_k &= a_k \left[\frac{b_k}{\lambda} + \frac{1}{2}(1-b_k^2)L_k \right], & \lambda &= \sqrt{1 - \frac{4m_i^2}{q^2}}, \\ a_k &= \left(1 - \frac{4m_k^2}{q^2} \right), & b_k &= \frac{a_k + 2(m_W^2 + m_\ell^2 - m_i^2)/q^2}{\lambda \sqrt{a_k}}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Реальная часть данного вклада может быть получена с помощью дисперсионного соотношения с одним вычитанием [93]:

$$q^2 T_i(q^2) - \phi = \frac{q^2}{\pi} \int_{4m_i^2}^{\infty} \frac{\text{Im } t' T_i(t')}{t'(t' - q^2 - i0)} dt', \quad (3.16)$$

где ϕ – некоторая неизвестная константа, которую можно “занулить” в соответствии с (3.2). Предполагая, что $T_i(q^2) \rightarrow \text{Const} \neq \infty$ при $q^2 \rightarrow 0$ можно вычислить реальную часть данного вклада для $q^2 \leq 0$, где $T_i(q^2) = \text{Re } T_i(q^2)$. Вводя новую переменную $x = \frac{t'}{2m_W^2}$ и считая для упрощения вычислений массу нейтрино равной нулю, $m_i = 0$, получаем

$$T_i(q^2) = \frac{|A_L^{(\ell N)}|^2 - |A_R^{(\ell N)}|^2}{32\pi^2 m_W^2} \int_{2\beta}^{\infty} \frac{F(x, \beta) dx}{x(x + \alpha)}, \quad (3.17)$$

где $\alpha = -\frac{q^2}{2m_W^2} > 0$ и подынтегральная функция имеет вид

$$F = \left(\frac{\beta - 1}{x} - 3 \right) \sqrt{1 - \frac{2\beta}{x}}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[2 \left(1 + \frac{1}{2x} \right)^2 - \frac{\beta}{x^2} \left(1 + x - \frac{\beta}{2} \right) \right] \\
& \times \ln \left[\frac{1 + x - \beta + \sqrt{x(x - 2\beta)}}{1 + x - \beta - \sqrt{x(x - 2\beta)}} \right],
\end{aligned}$$

где $\beta = \frac{m_f^2}{m_W^2}$. Из-за громоздкости остальные детали вычислений дисперсионных интегралов типа (3.17) выделены в отдельное Приложение 6.3. Амплитуды оставшихся диаграмм, а также их вклады в мнимые части тороидного форм-фактора приведены в Приложении 6.4.

Используя определение матриц $A_{L,R}^{(x)}$ и $B_{L,R}^{(x)}$, см. уравнение (6.19), разложение по степеням $\frac{m_f^2}{m_W^2}$ и выполняя интегрирование для $|q^2| = 0$ в подынтегральном выражении, окончательно получаем:

$$\begin{aligned}
T_i(0) &= \frac{\sqrt{2}G_F}{12\pi^2} \left[C_{WWZ}^i + C_{W\phi Z}^i + C_{\phi\phi Z}^i + C_{ffZ}^i \right. \\
&\quad \left. + \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \left(C_{\ell\ell W}^i + C_{\ell\ell\phi}^i + C_{W\ell\ell}^i + C_{W\phi\ell}^i + C_{\phi W\ell}^i + C_{\phi\phi\ell}^i \right) \right], \\
C_{\ell\ell W}^i &= |K_{\ell i}|^2 \left[\frac{11}{6} - \ln 4\beta + \beta \left(\frac{7}{4} + \frac{\ln 2}{2} - \frac{9}{8} \ln 3 \right) + \mathcal{O}(\beta^2) \right], \\
C_{\ell\ell\phi}^i &= |K_{\ell i}|^2 \beta \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{2} \ln 4\beta + \mathcal{O}(\beta) \right], \\
C_{W\ell\ell}^i &= |K_{\ell i}|^2 \left[-\frac{5}{6} + \frac{7}{6}\beta + \mathcal{O}(\beta^2) \right], \\
C_{W\phi\ell}^i &= C_{\phi W\ell}^i = |K_{\ell i}|^2 \left[-\frac{1}{8}\beta + \mathcal{O}(\beta^2) \right], \\
C_{\phi\phi\ell}^i &= |K_{\ell i}|^2 \left[-\frac{1}{12}\beta + \mathcal{O}(\beta^2) \right], \\
C_{ffZ}^i &= -\Omega_{ii} \sum_{f \neq t} (g_L^f + g_R^f) \left[\frac{8}{3} - c_f - \frac{3}{2} \sqrt{c_f} \left(1 - \frac{c_f}{3} \right) \ln \left| \frac{1 + \sqrt{c_f}}{1 - \sqrt{c_f}} \right| \right] \\
&\quad - \Omega_{ii} (g_L^t + g_R^t) \left[\frac{8}{3} + c_t - 3\sqrt{c_t} \left(1 + \frac{c_t}{3} \right) \arctan \frac{1}{\sqrt{c_t}} \right], \\
&\quad f = e, \mu, \tau, u, d, s, c, b, t \\
C_{WWZ}^i &= -\Omega_{ii} \left[\frac{77}{6} + 2c_W - \frac{\sqrt{c_W}}{2} (27 + 4c_W) \arctan \frac{1}{\sqrt{c_W}} \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{W\phi Z}^i &= -\frac{3}{4}\Omega_{ii}\sin^2\theta_W\left[\frac{2}{3}+c_W-\sqrt{c_W}(1+c_W)\arctan\frac{1}{\sqrt{c_W}}\right], \\
C_{\phi\phi Z}^i &= -\frac{1}{2}\Omega_{ii}(1-2\sin^2\theta_W)\left[\frac{1}{3}-c_W\left(1-\sqrt{c_W}\arctan\frac{1}{\sqrt{c_W}}\right)\right],
\end{aligned} \tag{3.18}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
c_k &= \left|1-\frac{4m_k^2}{m_Z^2}\right|, \quad k=f,W, \\
g_L^\ell &= -\frac{1}{2}+\sin^2\theta_W, \quad g_R^\ell = \sin^2\theta_W, \\
g_L^U &= \frac{1}{2}-\frac{2}{3}\sin^2\theta_W, \quad g_R^U = -\frac{2}{3}\sin^2\theta_W, \quad U=u,c,t \text{ quarks}, \\
g_L^D &= -\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\sin^2\theta_W, \quad g_R^D = \frac{1}{3}\sin^2\theta_W, \quad D=d,s,b \text{ quarks}.
\end{aligned}$$

$K_{\ell i}$ и Ω_{ii} – элементы матриц смешивания K и Ω (см. Приложение 6.2). Также были рассмотрены вклады от $ff\phi$, $ff\phi^0$, ccZ^0 , $WW\phi^0$, $\phi\phi\phi^0$ и $cc\phi^0$ диаграмм, т. к. они присутствуют в выбранной нами калибровке т'Хофта-Фейнмана. Однако структуры $\gamma_\mu\gamma_5$ в них отсутствуют, и они не дают вклада в ТДМ майорановского нейтрино. Суммируя величины (3.18), окончательное выражение для ТДМ можно представить в виде:

$$T_i(0) \approx \frac{\sqrt{2}G_F}{12\pi^2} \left[\sum_{\ell=e,\mu,\tau} |K_{\ell i}|^2 \left(1 + \ln \frac{m_W^2}{4m_\ell^2} \right) - P_i \right],$$

где $P_i = -(C_{WWZ}^i + C_{W\phi Z}^i + C_{\phi\phi Z}^i + C_{ffZ}^i)$ есть поляризационный вклад в ТДМ. Как видно из (3.18), $C_{\ell\ell W}^i$, $C_{WW\ell}^i$ и P_i дают основной вклад в ТДМ. Поскольку массы кварков известны с точностью до определенных ошибок, вклад C_{ffZ}^i имеет большую неопределенность. Для токовых масс кварков [95] мы имеем:¹³

$$\begin{aligned}
\tau_i &\approx e1.277 \times 10^{-33} \left(|K_{ei}|^2 + 0.547|K_{\mu i}|^2 \right. \\
&\quad \left. + 0.307|K_{\tau i}|^2 - 0.043P_i \right) \quad (\text{см}^2), \\
P_i &\in [8.585 - 10.870] \Omega_{ii}.
\end{aligned} \tag{3.19}$$

¹³В наших вычислениях мы не принимали во внимание ширины W,Z-бозонов.

Полученный результат имеет ряд интересных особенностей. В частности, как видно из (3.18 и 3.19),

- численное значение ТДМ зависит от масс лептонов, W, Z -бозонов и матричных элементов матриц смешивания K и Ω ;
- ТДМ слабо зависит от массы нейтрино, его зависимость от массы нейтрино составляет $\mathcal{O}\left(\frac{m_\nu^2}{m_W^2}\right)$;
- зависимость ТДМ от масс фермионов может быть использована для проверки СМ, так как новые фермионы, например, суперсимметричные партнеры, будут давать дополнительный вклад в ТДМ;
- В силу того, что вклад диаграмм, соответствующих вкладу анти-частиц, равен по значению вкладу частиц, величина ТДМ дираковского нейтрино равна половине ТДМ майорановского нейтрино.¹⁴

В безмассовом пределе, $K = \Omega = 1$, нейтрино могут обладать только тороидными дипольными моментами, чьи значения имеют вид

$$\begin{aligned}\tau_{\nu_e} &\approx e\left[+6.873 \text{ to } +8.112\right] \times 10^{-34} \text{ (cm}^2\text{)}, \\ \tau_{\nu_\mu} &\approx e\left[+1.090 \text{ to } +2.329\right] \times 10^{-34} \text{ (cm}^2\text{)}, \\ \tau_{\nu_\tau} &\approx e\left[-1.971 \text{ to } -0.732\right] \times 10^{-34} \text{ (cm}^2\text{)}.\end{aligned}\quad (3.20)$$

В данном пределе, в силу неопределенности кварковых масс, мы можем привести лишь примерное, но очень полезное соотношение между ТДМ трех типов нейтрино

$$\tau_{\nu_e} : \tau_{\nu_\mu} : \tau_{\nu_\tau} \approx 1 : \frac{1}{4} : -\frac{1}{4}.$$

Точное аналитическое вычисление тороидного форм-фактора для области $q^2 \leq 0$ является невозможным, поэтому для этих целей были проведены численные расчеты дисперсионных интегралов. На рисунке 20 мы приводим графики поведения тороидных форм-факторов трех флейворных нейтрино в области энергии $0 \leq |q^2|/2m_W^2 \leq 10^{-2}$.

¹⁴Этот факт был впервые показан в первой работе [89], где изучались электромагнитные свойства дираковского нейтрино в безмассовом пределе и было показано равенство вкладов анаполя и зарядового радиуса нейтрино.

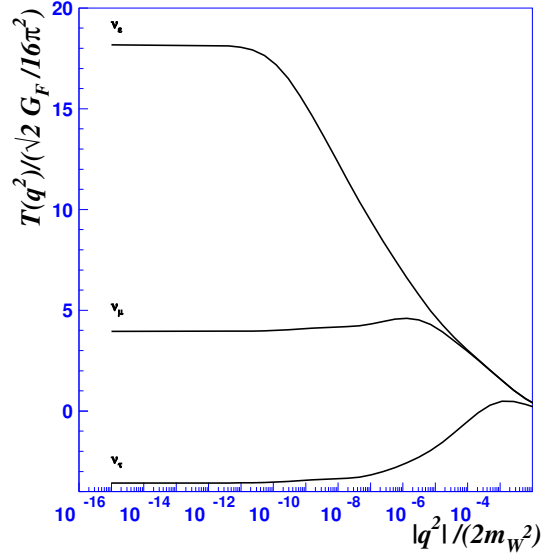


Рис. 20: Поведение тороидных форм-факторов трех флейворных Майорановских нейтрино в области энергии $0 \leq |q^2|/2m_W^2 \leq 10^{-2}$.

3.4 Дипольные моменты нейтрино в рамках стандартной модели

Как обсуждалось во Введении, дираковские нейтрино могут обладать тремя мультипольными электромагнитными характеристиками: аномальным магнитным, электрическим и тороидным дипольным моментами. В рамках стандартной модели они имеют следующий вид:

$$\mu_{\nu_e} = \frac{3eG_F m_{\nu_e}}{8\sqrt{2}\pi^2} = 3 \times 10^{-19} \left(\frac{m_{\nu_e}}{1 \text{ eV}} \right) \mu_B, \quad [26]$$

$$d_{\nu_e} = 0, \quad E(0) \propto \Delta m, \quad [26]$$

$$\tau_{\nu_e} \approx e \frac{\sqrt{2}G_F}{\pi^2} = e \cdot 6.5 \times 10^{-34} \text{ cm}^2 = 8.5 \times 10^{-13} \mu_B \lambda_e, \quad [79] \quad (3.21)$$

где μ_B – магнетон Бора, λ_e – комптоновская длина волны электрона. Выражение ТДМ в терминах $[\mu_B \lambda_e]$ очень удобно для сравнения соответствующих взаимодействий ТДМ и магнитного момента с внешним магнитным полем

B: τ rot **B** и μ **B**. Размерности данных величин в системе СГС имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \{B\} &= L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1} && - \text{магнитное поле} \\
 \{\mu_\nu\} &= L^{5/2}M^{1/2}T^{-1} && - \text{магнитный момент} \\
 \{d_\nu\} &= L^{5/2}M^{1/2}T^{-1} && - \text{электрический дипольный момент} \\
 \{\tau_\nu\} &= L^{7/2}M^{1/2}T^{-1} = \{q\}L^2 && - \text{тороидный момент} \\
 \{q\} &= L^{3/2}M^{1/2}T^{-1} && - \text{электрический заряд}
 \end{aligned}$$

где L, M, T – представляют размерность длины, массы и времени соответственно. Напомним, что майорановское нейтрино, как уже не раз указывалось, обладает в статическом пределе только ТДМ (причем, даже в безмассовом пределе, когда оно по сути – вейлевское). Однако у него, как и у дираковского нейтрино, возникают переходные моменты при $m_i \neq m_j$. Интерес к этим переходным моментам нейтрино вызван в связи с изучением возможного распада нейтрино $\nu_j \rightarrow \nu_i + \gamma$. Этот процесс важен в астрофизических и космологических приложениях.

Большой интерес также вызывает изучение так называемого зарядового радиуса нейтрино (ЗРН)

$$\langle r^2 \rangle = -6 \frac{\partial F(q^2)}{\partial q^2} \Big|_{q^2=0}.$$

Форм-фактор $F(q^2)$ представляет собой распределение плотности заряда частицы так, что $q_\nu = eF(0) = 0$ и

$$F(\mathbf{q}) = \int \rho(\mathbf{x}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}} d\mathbf{x} \simeq 1 - |\mathbf{q}|^2 \frac{\langle r^2 \rangle}{6} + \dots,$$

где $\rho(x)$ – сферически симметричная функция $r = |\mathbf{x}|$, и разложение возможно для малых \mathbf{q} . Легко показать, что для безмассовых нейтрино выполняются тождества

$$\bar{\nu}_L \hat{q} \gamma_5 \nu_L = 0 \quad \text{и} \quad \gamma_5 \nu_L = -\nu_L,$$

и вследствие этого $T(0) = \langle r^2 \rangle / 6$. Поэтому можно говорить, что векторное и аксиально-векторные взаимодействия безмассовых нейтрино не различимы. Однако до сих пор в физической печати ведутся острые споры о том, каким же образом определять ЗРН, см. [100]. Так при его вычислении были найдены расходимости в определенном сорта диаграммах и был введен так называемый эффективный зарядовый радиус нейтрино, в

определении которого данные расходимости устранялись диаграммами типа “box”. Его значение имеет вид [100]:

$$\langle r_{\nu_\ell}^2 \rangle_{EW} \approx \frac{g^2}{16\pi^2 m_W^2} \ln \frac{m_W^2}{m_\ell^2} \equiv \frac{\sqrt{2}G_F}{4\pi^2} \ln \frac{m_W^2}{m_\ell^2}.$$

Интересно отметить, что наши независимые вычисления ТДМ нейтрино удовлетворяют тождеству $T_{\nu_\ell}(0) = \langle r_{\nu_\ell}^2 \rangle / 6$, см. (3.19 и 3.21)

$$T_{\nu_e}(0) \approx \frac{\sqrt{2}G_F}{24\pi^2} \ln \frac{m_W^2}{m_e^2} \simeq \frac{\sqrt{2}G_F}{\pi^2}.$$

Существует достаточно большое количество экспериментальных ограничений на те или иные параметры нейтрино. Так например, для получения информации о магнитном моменте нейтрино используют величину сечения рассеяния (анти)нейтрино на электронах. Точность измерений полного сечения дает оценку на величину вклада в сечение рассеяния, определяемого возможным существованием магнитного момента нейтрино, см. главу 4.1. Усредненные современные данные дают оценку [95]:

$$\mu_{\nu_e} < 1.8 \times 10^{-10} \mu_B.$$

Однако, строго говоря, в этих экспериментах приводятся ограничения на величину $|\mu_\nu + id_\nu|$, которая входит в лагранжиан взаимодействия с электромагнитным полем (см. формулы 2.38 и 2.40). Эти ограничения имеют вид [96]

$$\begin{aligned} |\mu_{\nu_e} + id_{\nu_e}| &< 1.5 \times 10^{-10} \mu_B, \\ |\mu_{\nu_\mu} + id_{\nu_\mu}| &< 1.2 \times 10^{-9} \mu_B, \\ |\mu_{\nu_\tau} + id_{\nu_\tau}| &< 4 \times 10^{-6} \mu_B. \end{aligned} \tag{3.22}$$

Недавно был предложен метод отдельного измерения магнитного и электрического дипольных переходных моментов нейтрино в предположении, что нейтрино является Майорановской частицей [97]. Он заключается в изучении ширины радиационного распада пиона по каналу $\pi \rightarrow e\nu\gamma$, где фотон может быть испущен из нейтринного тока, см. рисунок 21. Однако практически ничего неизвестно с экспериментальной точки зрения о третьей характеристике нейтрино, о ТДМ. Этому вопросу и посвящена следующая глава.

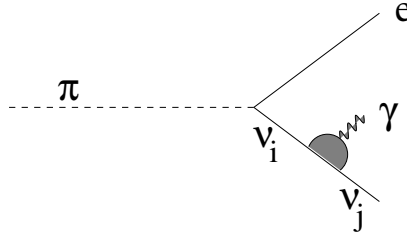


Рис. 21: Фейнмановская диаграмма, дающая вклад в ширину процесса $\pi \rightarrow e\nu\gamma$ при наличии у нейтрино магнитного и электрического дипольных моментов.

4 ТДМ нейтрино и его физические приложения

ТДМ имеет очень большой спектр приложений как в рамках классической электродинамики, так и в квантовой теории [77, 82, 87]. Простейшая модель анаполя была предложена Зельдовичем еще в 1957 году [76], которая описывала анаполь как соленоид, скрученный в тор и имеющий только полоидальный ток. Для такого стационарного соленоида, не имеющего ни азимутальной (тороидальной) составляющей тока, ни электрического поля внутри тора, существует тем не менее, отличное от нуля азимутальная компонента магнитного поля внутри тора. Поэтому электромагнитные поля вне тора отсутствуют, см. рисунок 16. Однако Гинзбург и Цитович [98] заметили, что при движении такого тора в среде, ненулевое поле внутри тора как бы “выдувается” из него, создавая излучение Вавилова-Черенкова. Также ТДМ отвечает и за переходное излучение при пересечении границы раздела двух сред с различными показателями преломления n_1 и n_2 ($n_1 \gg n_2$). Таким образом, нами была поставлена задача о вычислении переходного излучения и излучения Вавилова-Черенкова для нейтрино с отличным от нуля ТДМ, проходящего через среду. Эти исследования были проведены в работе [80].

ТДМ нейтрино может проявлять себя и в слабых процессах с участием нейтрино и заряженных частиц. В данном случае ТДМ не меняет киральность нейтрино и дает дополнительный вклад как часть радиационных поправок в полное сечение нейтрино на электронах, кварках и ядрах. В этом смысле ТДМ похож на зарядовый радиус нейтрино (ЗРН), однако имеет другую природу. ТДМ определяется как аксиально-векторное взаимодействие нейтрино с током электронов, а ЗРН – как векторное. Эти взаимодействия

нейтрино представляют особый интерес при рассмотрении низкоэнергетических процессов с участием нейтрино. Такие исследования были проведены в [81, 99].

При наличии среды и/или внешнего вихревого неоднородного магнитного поля ТДМ частицы может приводить к интересным последствиям. Так взаимодействие ТДМ нейтрино с $\text{rot } \mathbf{B}$ дает дополнительный вклад в осцилляции нейтрино. Однако этот вклад становится заметным только при громадных перепадах магнитного поля на единицу длины. В присутствии среды не только ТДМ, но и остальные электромагнитные свойства нейтрино претерпевают изменения, что также приводит к новым задачам в физике нейтрино, ссылки см. в [79].

Все эти вопросы обсуждаются в последующих главах.

4.1 Упругое рассеяние нейтрино на электронах

Вклад тороидного момента нейтрино в упругое рассеяние на электронах можно рассматривать как часть радиационных поправок, см. рисунок 22. Набор Фейнмановских диаграмм, ответственных за эти поправки,

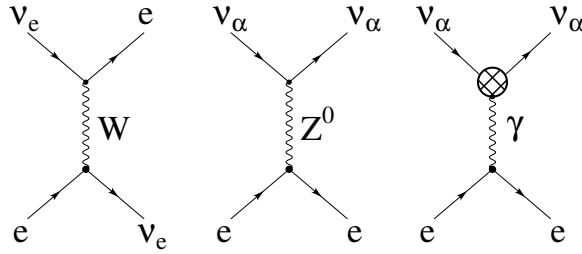


Рис. 22: Борновские вклады в сечение рассеяния $\nu + e \rightarrow \nu + e$. Третья диаграмма представляет собой вклад за счет радиационных поправок, вызванных ТДМ нейтрино и/или его магнитным моментом.

приведен на рисунках 17 и 18. Дифференциальное сечение рассеяния нейтрино на электронах можно записать как

$$\frac{d\sigma_e}{dT} = \frac{d\sigma_W}{dT} + \frac{d\sigma_{\mu\nu}}{dT} + \frac{d\sigma_{\text{tor}}}{dT}, \quad (4.1)$$

где первые два слагаемых в (4.1) имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_{\mu\nu}}{dT} &= \mu_\nu^2 \frac{\pi\alpha^2}{m_e^2} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{E_\nu} \right), \\ \frac{d\sigma_W}{dT} &= \sigma_0 \left[Q_L^2 + Q_R^2 \left(1 - \frac{T}{E_\nu} \right)^2 - Q_L Q_R \frac{T m_e c^2}{E_\nu^2} \right].\end{aligned}$$

Мы использовали следующие обозначения: α – константа слабого взаимодействия, $\sigma_0 = 88.03 \times 10^{-46} \text{ cm}^2/\text{MeV}$, E_ν – энергия налетающего нейтрино, T – кинетическая энергия электрона отдачи, $Q_L = \frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W$, $Q_R = \sin^2 \theta_W$ и $\sin^2 \theta_W = 0.238$. Амплитуду процесса можно представить в виде

$$\mathcal{M} = -e^2 T (q^2) \overline{N}_2 \gamma_\mu \gamma_5 N_1 \overline{u}_2 \gamma^\mu u_1,$$

где $N_{1,2}$ – поля нейтрино, соответствующие массовым состояниям.

Вклад ТДМ нейтрино в сечение рассеяния можно представить в виде двух слагаемых: прямой обмен фотоном и интерференционный член (отметим, что, как известно, данный член равен нулю для магнитного момента нейтрино)

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_{\text{tor}}}{dT} &= \frac{d\sigma_{\text{tor}}^\gamma}{dT} - \frac{d\sigma_{\text{tor}}^{\gamma Z}}{dT} \\ \frac{d\sigma_{\text{tor}}^\gamma}{dT} &= 4\pi\alpha^2 G_F^2 \frac{m_e^2}{E_\nu^2} \left[\frac{1}{2} \frac{T^2}{T + m_e} + \frac{(2E_\nu + m_e)T}{T + m_e} - \frac{2E_\nu^2}{T + m_e} \right] \\ \frac{d\sigma_{\text{tor}}^{\gamma Z}}{dT} &= \sqrt{2}\alpha g_A G_F^2 \frac{m_e^2}{E_\nu^2} \frac{2TE_\nu - T^2}{T + m_e},\end{aligned}$$

или в более простых обозначениях

$$\frac{d\sigma_{\text{tor}}}{dT} = \sigma_0^{\text{tor}} \frac{m_e}{E_\nu^2} \left[\alpha \left(\frac{1}{2} \frac{T^2}{T + m_e} + \frac{(2E_\nu + m_e)T}{T + m_e} - \frac{2E_\nu^2}{T + m_e} \right) - \frac{g_A}{2\sqrt{2}\pi} \frac{2TE_\nu - T^2}{T + m_e} \right], \quad (4.2)$$

где

$$\sigma_0^{\text{tor}} = 4\alpha G_F^2 m_e (hc)^2 \sim 7.9 \times 10^{-46} \text{ cm}^2/\text{MeV}.$$

Соответствующие формулы для полных сечений имеют вид ¹⁵:

$$\sigma_{\text{tor}}^\gamma = \frac{8\alpha^2}{\pi^3} G_F^2 m_e^2 f_1(z), \quad \sigma_{\text{tor}}^{\gamma Z} = \frac{\alpha}{\pi^2} G_F^2 m_e^2 f_2(z), \quad \sigma_{SM} = \frac{G_F^2}{\pi} m_e E_\nu,$$

¹⁵Здесь и далее мы использовали примерное равенство ТДМ $\tau_{\nu_e} \approx e\sqrt{2}G_F/\pi^2$.

где $z = E_\nu/m_e$ и

$$f_1(z) = \left[\frac{1}{2z^2}(1+2z)^2 \ln \left(1 + \frac{2z^2}{1+2z} \right) - 1 - \frac{2z}{1+2z} - \frac{z^2}{(1+2z)^2} \right],$$

$$f_2(z) = 2 - \frac{2z^2}{(1+2z)^2} - \frac{1+2z}{z^2} \ln \left(1 + \frac{2z^2}{(1+2z)} \right).$$

С помощью этих формул находим отношения

$$\frac{\sigma_{\text{tor}}^\gamma}{\sigma_{SM}} = \frac{8\alpha^2}{\pi^2} \frac{f_1(z)}{z}, \quad \frac{\sigma_{\text{tor}}^{\gamma Z}}{\sigma_{SM}} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{f_2(z)}{z}.$$

Поведение функций f_1 и f_2 , а также поведение отношений сечений в зависимости от энергии нейтрино приведены на рисунке 23. Видно, что

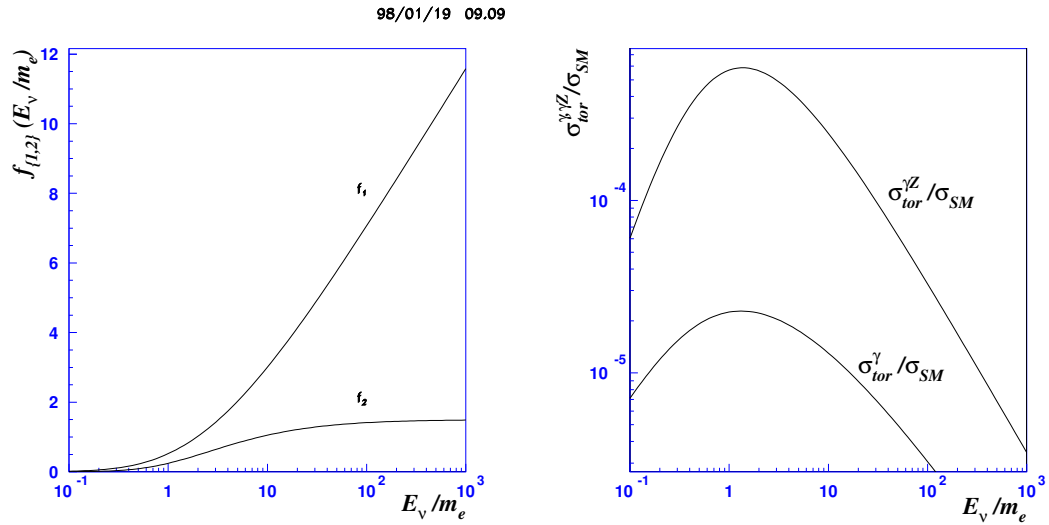


Рис. 23: Поведение функций $f_{1,2}$, $\frac{\sigma_{\text{tor}}^\gamma}{\sigma_{SM}}$ и $\frac{\sigma_{\text{tor}}^{\gamma Z}}{\sigma_{SM}}$ как функции энергии нейтрино, см. текст.

интерференционный вклад $\sigma_{\text{tor}}^{\gamma Z}$ преобладает над вкладом $\sigma_{\text{tor}}^\gamma$, и для энергии нейтрино $1 - 2\text{MeV}$ равен $\sim 6 \times 10^{-4} \sigma_{SM}$. Однако экспериментальное обнаружение данного вклада осложняется тем фактом, что эксперимент чувствителен ко всем радиационным поправкам. Экспериментатор, измеряющий полное сечение рассеяния нейтрино на электронах, “видит” не только

вклад тороидного момента (см. диграмы 17, 18), но и диаграммы типа “box” [86, 100], которые естественным образом возникают в данном порядке теории возмущения. Общий вклад радиационных поправок в рассеяние нейтрино на электронах интерпретируется как дополнительный вклад в константу векторного взаимодействия или $\sin^2 \theta_W$.

Данные вычисления были выполнены в работах [100], где авторы рассматривали вклад эффективного зарядового радиуса нейтрино, который в отличие от ТДМ определяет векторное взаимодействие нейтрино с внешним полем. В ряде экспериментов были предприняты попытки его экспериментального обнаружения [101], которые дали соответствующий результат

$$-3.56 \times 10^{-32} < \langle r_\nu^2 \rangle < 5.44 \times 10^{-32} \text{ cm}^2.$$

Требования, предъявляемые к данным экспериментам, ставят перед собой задачу определения полного сечения нейтрино на электронах с точностью 0.01 – 0.1%.

Для безмассовых нейтрино можно говорить, что ЗРН и ТДМ совпадают, поскольку ЗРН определяется при операторе $\bar{u}_\nu \gamma_\mu u_\nu$, а ТДМ при операторе $\bar{u}_\nu \gamma_\mu \gamma_5 u_\nu$, и в принципе можно надеяться, что экспериментаторам удастся покрыть область 10^{-34} cm^2 , которая определяет ТДМ нейтрино.

4.2 Переходное излучение нейтрино

Рассмотрим нейтрино, обладающее ненулевым ТДМ, пересекающее границу раздела двух сред, см. рисунок 24, чьи индексы преломления равны n_1 и n_2 ($n_1 \neq n_2$). Электромагнитное взаимодействие нейтрино, вызванное его ТДМ, имеет следующий вид:

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = eT(q^2)\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi J_{\text{ext}}^\mu. \quad (4.3)$$

Здесь ψ , $T(q^2)$, J_{ext}^μ , \mathcal{A}^μ и $F^{\mu\nu}$ – соответственно волновая функция нейтрино, ТДМ, внешний электромагнитный ток, электромагнитное поле и его тензор

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu \mathcal{A}^\nu - \partial^\nu \mathcal{A}^\mu.$$

В среде с $n \neq 0$ электромагнитное поле задается выражением

$$\mathcal{A}^\mu(x, k) = \frac{\varepsilon^\mu}{n\sqrt{2\omega V}} \left(e^{-ikx} + e^{ikx} \right),$$

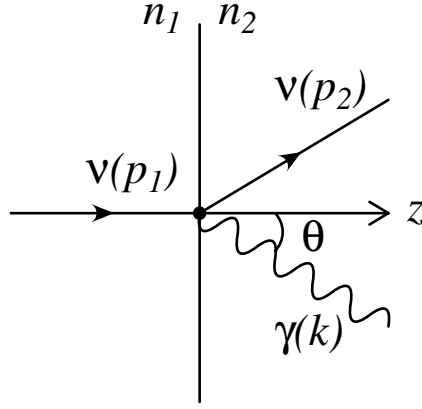


Рис. 24: Переходное излучение нейтрино на границе раздела двух сред ($z = 0$): $\nu(p_1) \rightarrow \nu(p_2) + \gamma(k)$.

где ε^μ – вектор поляризации. Импульс фотона удовлетворяет следующим условиям

$$k^\mu = (\omega, \mathbf{k}), \quad |\mathbf{k}| = n\omega, \quad k^2 = (1 - n^2)\omega^2, \quad (k \cdot \varepsilon) = 0.$$

Вероятность перехода $\nu(p_1) \rightarrow \nu(p_2) + \gamma(k)$ рассчитываем стандартным образом

$$\Gamma = |\mathcal{S}_{fi}|^2 \frac{V d^3 \mathbf{p}_2}{(2\pi)^3} \frac{V d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3},$$

$$\mathcal{S} = \langle \gamma \nu | i \int d^4 x \mathcal{L} | \nu \rangle,$$

где матричный элемент $|\mathcal{S}_{fi}|^2$, используя соотношения

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} = \frac{(1 - n^2)\omega^2}{n\sqrt{2\omega V}} \varepsilon^\mu (e^{-ikx} + e^{ikx}),$$

$$\psi_i(x) = \sqrt{\frac{m_\nu}{E_i V}} u(p_i, \lambda_i) e^{-ip_i x}, \quad (i = 1, 2),$$

можно представить как

$$\begin{aligned} |\mathcal{S}_{fi}|^2 &= (2\pi)^3 \ell^2 t \delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x) \delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y) \delta(E_1 - E_2 - \omega) \\ &\times \frac{m_\nu}{E_1 V} \frac{m_\nu}{E_2 V} \frac{(1 - n^2)^2 \omega^4}{2\omega n^2 V} \left| \int_{-\ell/2}^{\ell/2} dz \exp[i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z] \mathcal{M}_{fi} \right|^2. \end{aligned}$$

Здесь $\mathcal{M}_{fi} = eT(0)\bar{u}_2\hat{\varepsilon}\gamma_5u_1$ – амплитуда данного процесса, t – время, ℓ – длина, $V = \ell^3$ – объем. $\ell = \beta t$, где β – скорость нейтрино $\beta = p/E$. Для упрощения используем соотношение $[2\pi\delta(p_f - p_i)]^2 \approx 2\pi\ell\delta(p_f - p_i)$. Зона формирования излучения описывается $Z(n) = (p_{1z} - p_{2z} - k_z)^{-1} = (p_{1z} - p_{2z} - n\omega \cos \theta)^{-1}$, и излучение появляется на отрезке $[-Z(n_1) \leq z \leq Z(n_2)]$. Заменяя в пределе $\ell \rightarrow 0$ множитель $\exp[\pm i\ell/2Z(n_i)]$ на единицу, получаем

$$\left| \frac{1 - n^2}{n} \int_{-L/2}^{L/2} dz \exp[i(p_{1z} - p_{2z} - k_z)z] \mathcal{M}_{fi} \right|^2 = T^2(0) |Q_1 - Q_2|^2,$$

где

$$Q_i = \frac{1 - n_i^2}{n_i} \frac{\bar{u}_i \hat{\varepsilon} \gamma_5 u_i}{p_{1z} - p_{2z} - n_i \omega \cos \theta}.$$

В лабораторной системе отсчета нейтрино $p^\mu = (E_\nu, 0, 0, p)$, и законы сохранения энергии и импульса имеют вид:

$$\begin{aligned} E_2 &= E_\nu - \omega, \\ p_{2z} &= \sqrt{E_2^2 - m_\nu^2 - n^2 \omega^2 \sin^2 \theta}, \\ dp_{2z} &= \frac{E_2}{p_{2z}} dE_2 = \frac{dE_2}{\beta_2}. \end{aligned}$$

Проводя интегрирование с помощью δ -функции

$$\int \delta(p_{1x} - p_{2x} - k_x) \delta(p_{1y} - p_{2y} - k_y) \delta(E_1 - E_2 - \omega) (\dots) d^3 \mathbf{p}_2 d^3 \mathbf{k} = \frac{2\pi \sin \theta}{\beta_2} \int (\dots) \omega^2 d\omega d\theta$$

и выполняя суммирование по поляризациям нейтрино

$$|Q_1 - Q_2|^2 = (R_1 - R_2)^2 \frac{1}{4m_\nu^2} \text{Sp} \{ (\hat{p}_1 + m_\nu) \hat{\varepsilon} \gamma_5 (\hat{p}_2 + m_\nu) \hat{\varepsilon} \gamma_5 \},$$

находим энергию S , выделенную на площадь поверхности

$$\begin{aligned} \frac{d^2 S}{d\theta d\omega} &= \frac{T^2(0) \omega^6 \sin \theta}{8\pi^2} (R_1^2 - R_2^2) \\ &\times \left\{ 2 \sin^2 \theta \left(1 + \frac{n\omega \cos \theta}{p_{2z}} \right) + \frac{E_\nu E_2}{pp_{2z}} - 1 + \frac{m_\nu^2}{pp_{2z}} \right\}, \quad (4.4) \end{aligned}$$

где

$$R_i = \frac{1 - n_i^2}{n_i} \frac{1}{p - p_{2z} - n_i \omega \cos \theta}, \quad S = \int_0^{E_\nu - m_\nu} d\omega \int_0^{\theta_{\max}} \frac{d^2 S}{d\theta d\omega}. \quad (4.5)$$

Используя численное значение тороидного момента нейтрино (3.21), $\tau_{\nu_e} = eT(0)$ с $T(0) = \sqrt{2}G_F/\pi^2$ и предполагая переход из среды в вакуум ($n_i(\omega) = 1 - \omega_i^2/2\omega^2$ для $\omega \gg \omega_i$, $\omega_2 = 0$, $R_2 = 0$), представляем энергетическое и угловое распределения на рисунке 25. Для энергии нейтрино, равной

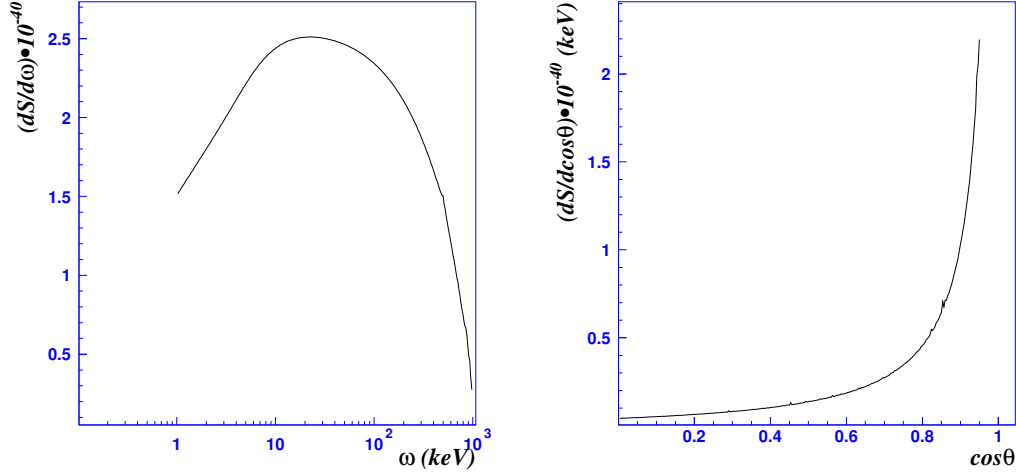


Рис. 25: Слева: энергетическое распределение переходного излучения ТДМ нейтрино в зависимости от энергии фотона. Справа: угловое распределение полной энергии переходного излучения как функция $\cos \theta$.

$E_\nu = 1MeV$, зависимость полной энергии переходного излучения при пересечении границы среда-вакуум ($n_2 = 0$) от массы нейтрино показана на рисунке 26. Нужно отметить, что для массы нейтрино $m_\nu < 10eV$ мы имеем приблизительно постоянную энергию переходного излучения $S \simeq 2 \times 10^{-40}keV$. Более того, можно утверждать, что нейтрино всегда имеет переходное излучение на границе раздела двух сред, вследствие того, что ТМД не исчезает в пределе $m_\nu = 0$. В этом пределе ее значение равно $S|_{m_\nu=0} = 2.26 \times 10^{-40}keV$.

Для того, чтобы оценить величину данного эффекта в реальной экспериментальной ситуации, рассмотрим действующий детектор переходного излучения, который способен произвести измерение переходного излучения нейтрино.

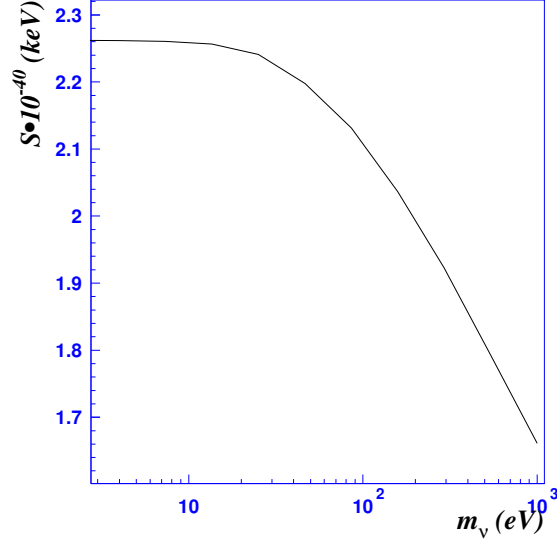


Рис. 26: Полная энергия переходного излучения для перехода из среды в вакуум, $n_2 = 0$, при энергии нейтрино равной $E_\nu = 1MeV$.

Для примера мы выбрали действующий детектор переходного излучения, используемый в детекторе NOMAD [51]. Он состоит из ($N_1 = 10$) набора радиаторов и газовых камер, заполненных ксеноном. Один радиатор состоит из нескольких сотен слоев ($N_2 = 10^4$) полипропиленовой пленки, для которой $\omega_p = 20eV$ (для газа $\omega_p \ll 1eV$). Полная выделенная энергия в таком детекторе для потока F_ν нейтрино, проходящих сквозь детектор, может быть вычислена по формуле

$$W = S \cdot F_\nu \cdot A^2 \cdot t \cdot N_1 \cdot N_2,$$

где $A = 10m^2$ – площадь детектора и t – время экспозиции. В качестве примера мы выбрали поток реакторных нейтрино с $F_\nu \sim 10^{13} \bar{\nu}_e/cm^2 s$, при средней энергии нейтрино $E_\nu = 1MeV$. За один год экспозиции такой детектор может видеть только

$$W = 3 \times 10^{-10} keV \times \left(\frac{t}{1 yr} \right)$$

выделенной энергии за счет переходного излучения. К сожалению, такое

мизерное количество энергии не может быть отделено от фона установки. Интересно отметить тот факт, что переходное излучение нейтрино $10^{-40} keV$, обладающего ТДМ, соответствует переходному излучению нейтрино, вызванному ее магнитным моментом, равным $\mu_\nu \sim 10^{-15} \mu_B$ для $m_\nu = 1eV$ [103]. Однако такое переходное излучение нейтрино может быть важно в различных астрофизических приложениях.

В заключении данной части мы хотели бы отметить самый важный результат данных вычислений, а именно: в силу того, что ТДМ дираковского нейтрино отличен от ТДМ майорановского нейтрино и интенсивность излучения пропорциональна $T^2(0)$, экспериментальное обнаружение переходного излучения нейтрино может дать ответ на один из основных вопросов физики нейтрино: каков ее тип, т. е. является ли она дираковской или майорановской частицей?

4.3 ТДМ и осцилляции нейтрино

Электромагнитные взаимодействия нейтрино, вызванные их ТДМ, могут иметь интересные приложения в средах. Как было указано в работе [91], электромагнитные свойства дираковских и майорановских нейтрино в среде похожи на их свойства в вакууме. Например, майорановские нейтрино не имеют в среде наведенных электрического и магнитного моментов, но могут иметь наведенный ТДМ, он однако отличен от нуля только для анизотропных сред, таких как ферромагнетики. Тем не менее вакуумные дипольные моменты сами по себе могут играть важную роль для физики нейтрино в среде, в частности для нейтринных осцилляций.

В простейшем случае смешивания нейтрино вероятность переходов нейтрино, $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$, двигающихся в вакууме в присутствии неоднородного магнитного вихревого поля, может быть представлена как

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin \int_0^t \left[\frac{\Delta m^2}{2E} + \Delta\tau \boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot}\mathbf{B} \right] dt.$$

Используя стандартное определение длины осцилляций в вакууме (2.26) и вводя таким же образом длину осцилляций, ответственную за вклад ТДМ, имеем:

$$\ell_{\text{TDM}}/\ell_V = \frac{\Delta m^2}{2E_\nu} \frac{z}{\Delta B_x} \frac{1}{\Delta\tau}.$$

Для энергии нейтрино $E_\nu = 1 MeV$, $\Delta m^2 = 10^{-5} eV^2$, ($\text{rot}\mathbf{B} = \partial B_x / \partial z$) и

$\Delta\tau = 8.5 \times 10^{-13} \mu_b \lambda_e$ находим:

$$\ell_{\text{TDM}} \sim 3 \times 10^{21} \left(\frac{\Delta z}{1 \text{ m}} \frac{1 \text{ G}}{\Delta B} \right) \cdot \left(\frac{\Delta m^2}{10^{-5} \text{ eV}^2} \right) \ell_V.$$

Таким образом, прямой учет вклада ТДМ в нейтринные осцилляции пренебрежимо мал, или, на языке длины осцилляций нейтрино, его практически нельзя наблюдать в силу того, что длина осцилляций превышает размер Вселенной. Этот эффект также мал и в средах, где вклад ТДМ равен $10^{-31} \text{ eV} \cdot \left(\frac{\text{rot}\mathbf{B}}{1 \text{ G cm}^{-1}} \right)$, а вклад эффекта среды равен $V_e = 10^{-11} \text{ eV}$ для $\Delta m^2 = 10^{-5} \text{ eV}^2$.

Однако вклад ТДМ в осцилляции нейтрино может проявляться в другом малоизвестном и малоизученном эффекте – в учете топологических фаз [104], которые входят в уравнение эволюции нейтрино и могут приводить к геометрическому резонансу [105]. Для примера мы рассмотрим уравнение эволюции трех майорановских нейтрино $\vec{\nu} = (\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)^T$ с отличными от нуля ТДМ в присутствии неоднородного электромагнитного поля

$$i \frac{d\vec{\nu}}{dt} = K \left[\frac{1}{2E} \text{diag} (m_1^2, m_2^2, m_3^2) + W(t) \right] K^\dagger \vec{\nu},$$

где K – матрица смешивания, соединяющая флейворный базис ν_ℓ ($\ell = e, \mu, \tau$) и массовые состояния N_i ($i = 1, \dots, k$) майорановских нейтрино следующим образом $\nu_\ell = \sum_i K_{\ell i} N_i$. В самом общем случае матрица имеет $3(k+1)$ углов смешивания и $3(k+1)$ CP-фаз (детальное обсуждение этого вопроса см. в [106]). Матрица W имеет размерность 3×3 и матричные элементы

$$W_{if}(t) \propto \tau_{if} \boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot} \mathbf{B}(t), \quad (4.6)$$

где $W(t)$ отличны от нуля в присутствии неоднородного магнитного вихревого поля. (Это поле в конкретной экспериментальной ситуации может быть реализовано в соответствии с уравнениями Максвелла). В этом смысле данное уравнение является полным аналогом уравнения Вольфенштейна [107], однако резонансные переходы нейтрино, которые следуют из его решения при определенных условиях, могут возникать даже в вакууме, благодаря только ТДМ и неоднородному магнитному полю (если $W_{ii} \neq W_{jj}$).¹⁶ Недиagonальные элементы W_{if} отличны от нуля, вследствие переходных

¹⁶Напомним, что для резонансных переходов нейтрино в среде, так называемый МСВ эффект, роль матричных элементов W_{ii} играют комбинации $(n_{\nu_\beta} - n_{\nu_\gamma})p_\nu$, где n_{ν_ℓ} – индекс преломления нейтрино и p_ν – импульс нейтрино.

ТДМ нейтрино и являются нетривиальными факторами, не имеющими аналогов в СМ (за рамками СМ эти элементы появлялись при учете так называемых меняющих аромат нейтральных токов). Поскольку Гамильтониан эволюции трех нейтрино содержит по крайней мере один параметр, зависящий от времени, $\boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot } \mathbf{B}(t)$, мы должны принять во внимание топологические фазы в эволюционном операторе [108], которые могут иметь важное значение для нейтринных осцилляций [104]. В силу громоздкости данных вычислений мы приведем здесь только выражение для вероятности перехода $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)$:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha; t_0 \rightarrow t) = 1 - 4 \sum_i \eta_i^{jk} [|K_{\alpha j}| |K_{\alpha k}| \sin(\Omega_j(t) - \Omega_k(t))/2]^2,$$

где символ $\eta_i^{jk} = 1$ для циклической перестановке i, j, k и нулю во всех остальных случаях и $\Omega_i = \phi_i(t) - \gamma_i(C)$. Здесь динамические фазы $\phi(t)$ определяются стандартным образом¹⁷

$$\phi(t) = \int_0^t E_i(t) dt,$$

а топологические фазы $\gamma_i(C)$ возникают в случае циклической эволюции системы (см. детали в [108, 109, 110]) и имеют вид

$$\gamma_i(t) = i \int_0^t \dot{\gamma}_i(t) dt = \oint_C \sum_{\alpha=1}^3 \mathcal{A}_i^\alpha[\vec{\omega}(t)] d\omega_\alpha, \quad \dot{\gamma}_i(t) = i \langle \mathcal{U}_i | \frac{d}{dt} | \mathcal{U}_i \rangle,$$

где замкнутый контур определяется в пространстве параметров системы, $\vec{\omega}(t)$, описываемой уравнением Шредингера

$$i \frac{d}{dt} \mathbf{S}(t) = \mathbf{H}[\vec{\omega}(t)] \mathbf{S}(t).$$

Если в дополнение пучок нейтрино пересекает участок вещества, то при определенных условиях появляется новый феномен: геометрический резонанс в нейтринных осцилляциях [105]. В данном случае роль двух зависимых от времени параметров гамильтониана (меняющихся независимо друг от друга) могут играть внешнее неоднородное поле (в среде это может быть сам ток электронов среды и/или внутренние источники) и сама среда ($n_{\nu_e} \neq 1$), т. е. $\vec{\omega}(t) = f[\rho(t), \text{rot } \mathbf{B}(t)]$. Например, если $\text{rot } \mathbf{B}(t)$

¹⁷Для вакуумных осцилляций они имеют вид $\phi = \frac{\Delta m^2}{4E}$.

и плотность частиц среды $\rho(t)$ меняются циклически при прохождении нейтрино сквозь среду, т.е.

$$\text{rot } \mathbf{B}(t) = \text{rot } \mathbf{B}(0) \quad \text{и} \quad \rho(t) = \rho(0) \quad (4.7)$$

для некоторого времени t , они могут формировать замкнутый контур в плоскости $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot } \mathbf{B}, \rho)$, см. рисунок 27, и для определенного момента

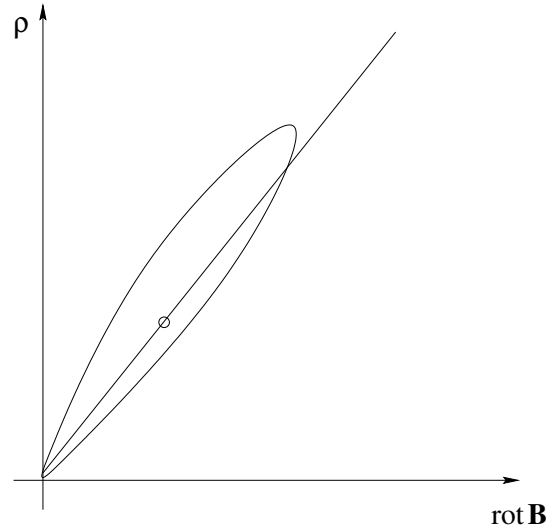


Рис. 27: Замкнутый контур в плоскости $(\rho, \boldsymbol{\sigma} \cdot \text{rot } \mathbf{B})$. Прямая линия показывает диапазон импульсов нейтрино, а точка соответствует условию геометрического резонанса для определенного импульса нейтрино.

нейтрино может произойти геометрический резонанс, см. детали в [105]. На рисунке 28 мы привели схему постановки эксперимента по проверке геометрического резонанса. Нейтрино, идущие от источника, должны пройти два одинаковых участка вещества (в данном случае два магнита с одинаковыми значениями $\text{rot } \mathbf{B}(t) = \text{rot } \mathbf{B}(0)$ и $\rho(t) = \rho(0)$). Триггерная система, стоящая перед детектором, дает возможность отбора событий. Если у нас имеется пучок мюонных нейтрино, то при выполнении условий (4.7) возможен геометрический резонанс.

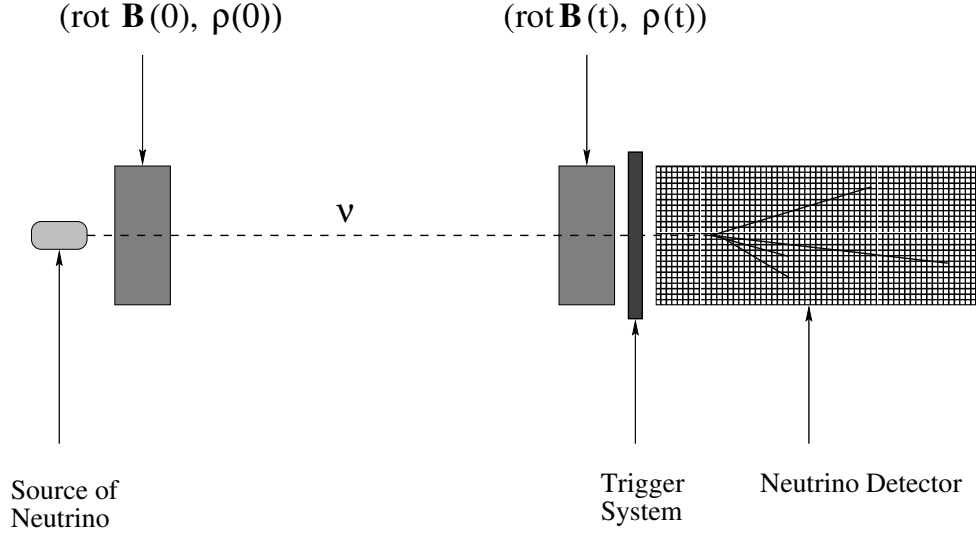


Рис. 28: Мысленный эксперимент по проверке геометрического резонанса. Нейтрино, идущие от источника, проходят две магнитные системы, которые имеют равное значение поля и плотности. Тем самым в плоскости $(\text{rot } \mathbf{B}, \rho)$ мы имеем замкнутый контур, при прохождении которого возникает геометрический резонанс.

4.4 Дипольные моменты нейтрино в средах

В различных средах электромагнитные свойства нейтрино могут сильно изменяться. Так например, в диспергирующих средах нейтрино может обладать индуцированными дипольными моментами и приобретает индуцированный электрический заряд. Для майорановского нейтрино квазистатический электрический индуцированный заряд имеет вид [125]

$$e_\nu^{ind} = -eG_F(1 + 4 \sin^2 \theta_W)\pi\alpha r_D^2,$$

где $\alpha \simeq 1/137$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$ и r_D^2 – радиус Дебая плазмы. Нейтрино также может обладать индуцированным магнитным моментом

$$\mu_\nu^{ind} = \frac{2e_\nu^{ind}}{2m_e(1 + 4 \sin^2 \theta_W)}.$$

Однако в отличие от вакуума, индуцированный тороидный дипольный момент нейтрино в диспергирующей среде равен нулю, см. [125]. Но он

отличен от нуля в ферромагнетике и равен

$$\tau_{\nu}^{ind} = \frac{eG_F(1 + 4 \sin^2 \theta_W)(m - 1)}{8\sqrt{2}\pi\alpha m}, \quad \frac{\tau_{\nu}^{vac}}{\tau_{\nu}^{ind}} = \frac{16\alpha}{\pi} \left(\frac{m}{m - 1} \right),$$

где m – магнитная восприимчивость ферромагнетика, у которого $m \gg 1$. Учет электромагнитной структуры нейтрино в среде становится очень важен, поскольку вклад электромагнитного канала в сечение рассеяния нейтрино на заряженных частицах среды через обмен продольным плазмоном оказывается лидирующим и превышает борновский вклад. Так например, сечение рассеяния майорановского нейтрино на ядрах с числом протонов Z и числом нейтронов N в изотропной плазме имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2 E^2 R^2}{8\pi^2} \left[Z(1 - 4 \sin^2 \theta_W) - N + \frac{(1 + 4 \sin^2 \theta_W)Z}{1 + (kr_D)^2} + \frac{T(0)\pi Z \alpha (kr_D)^2}{eG_F(1 + (kr_D)^2)} \right],$$

где $R = v \cos \frac{\theta}{2}$. С учетом полученного значения для ТДМ нейтрино, $T(0) \approx \sqrt{2}G_F/\pi^2$, имеем:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2 E^2 R^2}{8\pi^2} \left[Z(1 - 4 \sin^2 \theta_W) - N + \frac{(1 + 4 \sin^2 \theta_W)Z}{1 + (kr_D)^2} + \frac{8\alpha Z}{\pi} \frac{(kr_D)^2}{(1 + (kr_D)^2)} \right].$$

Таким образом, вклад ТДМ нейтрино в данное сечение становится заметным при больших переданных импульсах ($kr_D \gg 1$).

Обсуждаемые эффекты могут играть важную роль в астрофизических и космологических ситуациях, где имеются стационарные и нестационарные неоднородные вихревые магнитные поля. Среди них такие как: прохождение нейтрино сквозь толщу Солнца и/или оболочку Сверхновой, излучение нейтрино из активных галактических ядер, эволюция нейтрино на ранней стадии формирования Вселенной.

5 Заключение

В предлагаемой работе на фоне обширных исследований природы нейтрино рассмотрен вопрос о возможной роли третьей электромагнитной характеристике нейтрино: ее тороидного дипольного момента. Во введении мы кратко коснулись истории открытия нейтрино. Во второй главе дан обзор состояния дел в современной физике нейтрино, начавшей свою историю в 1930 и продолжающей будоражить умы физиков и по сей день. Были кратко описаны фундаментальные вопросы о природе, массе и электромагнитных свойствах нейтрино. Дан обзор различных физических приложений, как то: эффект нейтринных осцилляций в вакууме и веществе, спин-флейворная прецессия нейтрино в магнитном поле и т. д. В заключении вводной главы мы обсудили общее положение дел в экспериментальной физике нейтрино.

Третья глава полностью посвящена обсуждению статуса тороидного дипольного момента нейтрино, истории его открытия и его определения в рамках стандартной модели. Были проведены вычисления ТДМ майорановского нейтрино в рамках СМ, и соответствующие результаты обобщены в применении к дираковским нейтрино.

В четвертой главе обсуждаются возможные приложения тороидного дипольного момента нейтрино к трем физическим процессам: вклад ТДМ в упругое рассеяние нейтрино; переходное излучение нейтрино, вызванное его собственным ТДМ на границе раздела двух сред; возможный вклад ТДМ в нейтринные осцилляции, где для проверки данной идеи был предложен мысленный эксперимент. В заключении главы мы затронули вопрос о дипольных моментах нейтрино в средах.

Подведем итоги исследования электромагнитных свойств нейтрино. В статическом случае, когда масса начального и конечного состояния нейтрино совпадают, дираковские нейтрино могут иметь три дипольных момента: магнитный μ_ν , электрический d_ν и тороидный τ_ν дипольные моменты. Майорановские нейтрино, в силу сохранения СРТ – симметрии и условия идентичности частицы своей античастице, в собственном состоянии могут обладать только тороидным дипольным моментом. Когда массы состояний в рассматриваемом переходе нейтрино различны, независимо от его природы нейтрино могут обладать переходными дипольными моментами μ_{ij} , d_{ij} и τ_{ij} . Проведенные вычисления ТДМ нейтрино показали, что он отличен от нуля даже для безмассового нейтрино. В этом смысле можно считать эту электромагнитную характеристику нейтрино фундаментальной.

В силу известного различия торoidalных дипольных моментов майорановского и дираковского нейтрино, $\tau_{\nu}^{Maj} = \tau_{\nu}^{Dir} / 2$, экспериментальное обнаружение ТДМ нейтрино может дать ответ на вопрос, какой природы является нейтрино: дираковской или майорановской частицей. В рамках стандартной модели ТДМ майорановского нейтрино равен

$$\tau_{\nu_e} \approx e \cdot \frac{\sqrt{2}G_F}{\pi^2}.$$

Электромагнитное взаимодействие ТДМ нейтрино с внешним неоднородным электромагнитным полем может быть представлено как

$$\mathcal{H} \sim \tau_{\nu} \cdot \text{rot}\mathbf{B},$$

и тем самым имеет аксиально-векторную структуру. Данное взаимодействие нейтрино может проявлять себя в различных астрофизических и космологических ситуациях, где среды и поля обладают экстремальными свойствами.

6 Приложения

6.1 К вопросу об анапольной и мультипольной параметризациях

Вопрос о выборе параметризации электромагнитного тока частицы не является столь безобидным, как может показаться на первый взгляд, т. к. от ее выбора зависит определение наблюдаемых величин, таких как дипольные моменты, характеризующие данную частицу. В случае определения их через набор форм-факторов, которые могут содержать сингулярности, это может привести к неправильному толкованию различных эффектов. В этом приложении обсуждается вопрос о выборе параметризации тока частицы со спином $1/2$.

6.1.1 Мультипольные явно ковариантные параметризации векторного тока частиц со спином $\frac{1}{2}$

В этом приложении дана явно ковариантная параметризация матричных элементов электромагнитного тока частиц со спинами $j_1 = j_2 = 1/2$ и массами $m_1 = m_2$, ($m_1 \neq m_2$) для случая одинаковых, а также противоположных четностей частиц (см., напр., [111], стр. 474, и [112], стр. 267). При этом мы использовали такие базисные вектора, разложение по которым дает мультипольную параметризацию, т.е. каждый из форм-факторов перехода определяет соответствующий мультипольный момент перехода и (или) все его средние радиусы распределения в подходящей системе отсчета. Такой способ параметризации помогает разобраться в вопросе о кинематических сингулярностях и подавлениях. Введем следующее представление γ -матриц (см., например, [114]) и обозначения:

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} : \quad \gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \quad \gamma_\mu^\dagger = \gamma_\mu. \quad (6.1)$$

$$\sigma_{\mu\nu} = 1/2(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu); \quad \gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}; \quad g_{00} = 1, \quad g_{ii} = -1, \quad \hat{\mathbf{k}} \equiv k_\lambda\gamma_\lambda.$$

Уравнение Дирака в этом представлении выглядит следующим образом:

$$(\hat{\mathbf{p}} - m)u = \bar{u}(\hat{\mathbf{p}} - m) = 0, \quad \bar{u} = u^+\gamma_4.$$

Будем использовать нормировку биспиноров $\bar{u}(p)u(p) = 1$. Различные формы явно ковариантной параметризации сохраняющегося векторного

тока перехода без изменений четности частиц при С, Р, и Т инвариантности могут принимать вид:

$$J_\mu^{(V)}(k_\lambda) = \frac{e}{(2\pi)^3} \bar{u}_2 \left[(k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) F_{1m_1 m_2}(k_\lambda^2) + \frac{1}{m} \sigma_{\mu\nu} k_\nu F_{2m_1 m_2}(k_\lambda^2) \right] u_1 \quad (6.2)$$

$$= \frac{e}{(2\pi)^3} \bar{u}_2 \left[\frac{k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu}{m(1 - k_\lambda^2/m^2)} F_{3m_1 m_2}(k_\lambda^2) + \frac{1}{m} \sigma_{\mu\nu} k_\nu F_{4m_1 m_2}(k_\lambda^2) \right] u_1 \quad (6.3)$$

$$= \frac{e}{(2\pi)^3} \bar{u}_2 \left[\frac{k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu}{m(1 - k_\lambda^2/m^2)} F_{5m_1 m_2}(k_\lambda^2) + (k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) F_{6m_1 m_2}(k_\lambda^2) \right] u_1 \quad (6.4)$$

$$= \frac{e}{(2\pi)^3} \bar{u}_2 \left[\frac{k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu}{m(1 - k_\lambda^2/m^2)} F_{m_1 m_2}^{(e)}(k_\lambda^2) - \frac{i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P_\nu k_\alpha \gamma_\beta \gamma_5}{m^2(1 - k_\lambda^2/m^2)} F_{m_1 m_2}^{(m)}(k_\lambda^2) \right] \quad (6.5)$$

Здесь $m = m_1 + m_2$, $\Delta m = m_1 - m_2$, $k_\mu = p_{1\mu} - p_{2\mu}$, $P_\mu = p_{1\mu} + p_{2\mu}$, $F_{m_1 m_2}(k_\lambda^2)$ – форм-факторы, а множитель $(1 - k_\lambda^2/m^2)^{-1}$ компенсирует лоренцево сокращение [112], [113]. Соответствующие параметризации (см., например, сноску в работе [111] на стр. 570) тока частиц ($m_1 = m_2 = m_0$) получаются из (6.2) - (6.5) заменой векторов $k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu$ и $k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu$ на γ_μ и P_μ соответственно. Весьма удобная методика определения моментов распределения плотностей заряда и тока была предложена в работе [115]. Распределения вводятся с помощью состояний, которые являются в импульсном пространстве волновыми пакетами $g(\mathbf{p})$. Момент N-го порядка распределения ($N = a + b + c$) записывается (в ковариантной форме) в виде ¹⁸

$$M_\mu^{abc} = \frac{1}{N!} \int d^3 p_2 g^*(\mathbf{p}_2) \int d^3 p g(\mathbf{p}) \int d^3 \{x^a y^b z^c\}_s^{(0)} \langle p_2 | \hat{j}_\mu(x) | p_1 \rangle, \quad (6.6)$$

где $|g(\mathbf{p})|^2 \rightarrow \delta(\mathbf{p})$. Моменты вычисляются для произвольных пакетов и рассматриваемую частицу можно считать покоящейся, если перейти к пределу $|g(\mathbf{p})|^2 \rightarrow \delta(\mathbf{p})$. Члены, характеризующие структуру волнового пакета, а не структуру частицы, не представляют в данном случае интереса и могут быть опущены. Любой член, содержащий производные от $g(\mathbf{p})$, относится к этому типу. Нетрудно убедиться, перейдя в собственной системе (с.с.) отсчета к двумерным спинорам (см. [90]) и используя формулы нормировки форм-факторов на мультипольные моменты, что ни в одной из параметризаций (6.2)-(6.4) форм-факторы не соответствуют однозначно

¹⁸Здесь и ниже в матричных элементах спиновые индексы в целях сокращения опущены.

определенным распределениям. Так в случае (6.2) магнитный момент частицы, определенный в брейтовской системе (б.с.), оказывается равным

$$\mu = (e/2m_0)[F_1(0) + F_2(0)],$$

в то время как заряд

$$q = eF_1(0),$$

а среднеквадратичный радиус заряда частицы:

$$\overline{r_q^2} = 6e \left[\frac{d}{dk_\mu^2} F_1(0) + \frac{1}{m_0^2} F_2(0) \right],$$

т.е. содержит вклад форм-фактора, который принято называть аномальным магнитным.

Аналогично в случае (6.4)

$$\overline{r_q^2} = 6e \left[\frac{d}{dk_\mu^2} F_5(0) + \frac{1}{m_0^2} F_6(0) \right].$$

Эту двойственность природы форм-фактора F_2 можно трактовать с помощью классической наглядной модели электрона: считать, что на расстояниях порядка комптоновской длины волны электрона он имеет двойной заряженный слой, причем его оболочки вращаются относительно друг друга. Можно показать, пользуясь соотношениями (независимые из них первые два)

$$\overline{u_2} \left\{ k_\lambda^2 \sigma_{\mu\nu} k_\nu + m(k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) - [k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu] \right\} u_1 = 0,$$

$$\overline{u_2} \left\{ ik^2 \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_\nu k_\lambda \gamma_\sigma \gamma_5 - m[k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu] - (k^2 - m^2)(k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) \right\} u_1 = 0,$$

$$\overline{u_2} \left\{ (k_\lambda^2 - m^2) \sigma_{\mu\nu} k_\nu + im \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_\nu k_\lambda \gamma_\sigma \gamma_5 - i[k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu] \right\} u_1 = 0,$$

$$\overline{u_2} \left\{ i \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_\nu k_\lambda \gamma_\sigma \gamma_5 + m \sigma_{\mu\nu} k_\nu - (k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) \right\} u_1 = 0,$$

что все формы параметризации (6.2)-(6.5) сводятся одна к другой, и при этом все форм-факторы оказываются свободными от кинематических сингулярностей и подавлений, кроме F_6 :

$$F_{m_1 m_2}^{(e)} = F_{1m_1 m_2} + F_{2m_1 m_2} = F_{3m_1 m_2} + F_{4m_1 m_2} = F_{5m_1 m_2} + F_{6m_1 m_2};$$

$$F_{m_1 m_2}^{(m)} = (k_\lambda^2 / m^2) F_{1m_1 m_2} + F_{2m_1 m_2} = F_{4m_1 m_2} = (k_\lambda^2 / m^2) F_{6m_1 m_2}.$$

Поэтому в параметризации (6.4) форм-фактор F_6 должен быть пропорционален $1/k_\lambda^2$, чтобы имело место 1-излучение. Однако из всех параметризаций только последняя (6.5) является мультипольной в указанном выше смысле [115].

6.1.2 Мультипольные явно ковариантные параметризации псевдовекторного тока частиц со спином $\frac{1}{2}$. О свойствах анаполя.

Однако явно ковариантные параметризации аксиального электромагнитного тока перехода (с изменением четности частиц) с использованием различных наборов базисных векторов оказываются физически неэквивалентными. Для примера разберем мультипольную и “анаяльную” [116], [118] параметризации этого тока. Обе они могут рассматриваться как при $m_1 = m_2$, так и при $m_1 \neq m_2$. В анапольной параметризации

$$J_\mu^{(A)}(k_\lambda) = \frac{e}{(2\pi)^3} \sqrt{\frac{m^2 - \Delta m^2}{m^2 - k_\lambda^2}} \bar{u}_2 \left\{ \frac{1}{m} \sigma_{\mu\nu} k_\nu G_{1m_1m_2}(k_\lambda^2) + \frac{1}{m^2} (k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) G_{2m_1m_2}(k_\lambda^2) \right\} \gamma_5 u_1 \quad (6.7)$$

форм-фактор G_1 принято называть дипольным электрическим (зарядовым), а G_2 – анапольным. Однако ни один из этих форм-факторов не соответствует определенному мультипольному распределению. Собственный переходной зарядовый диполь определяется как величиной G_1 , так и величиной G_2 :

$$d = i \frac{e}{m} [G_{1m_1m_2}(\Delta m^2) - \frac{\Delta m}{m} G_{2m_1m_2}(\Delta m^2)]. \quad (6.8)$$

Из формулы (6.8) видно, что только в статическом случае ($\Delta m = 0$) форм-фактор $G_{1m_1m_2}$ можно назвать дипольным зарядовым. Анапольный член в токе $J_\mu^{(A)}$ обладает тем существенным отличием от зарядовых и магнитных, что он не дает вклад в излучение, а определяет “контактное” взаимодействие [116], [118] и [117]. Действительно, первое его слагаемое, содержащее поперечную часть, пропорционально k_λ^2 и равно нулю для реальных фотонов, а второе пропорционально k_μ , т.е. чисто продольно. Излучающая (поперечная) составляющая анапольной части тока (6.7), например, в с.с. равна:

$$\frac{e}{(2\pi)^3} \frac{\sqrt{m^2 - \Delta m^2}}{m^3} k_\lambda^2 \sigma_\perp G_{2m_1m_2}(k_\lambda^2), \quad \sigma_\perp = \sigma - \mathbf{k}(\mathbf{k}\sigma)/\mathbf{k}^2. \quad (6.9)$$

Таким образом, в соответствии с анапольной параметризацией (6.7) ток $J_\mu^{(A)}(k_\lambda)$ содержит только один форм-фактор $G_{1m_1m_2}$, определяющий излучение E1-типа. Это означает, что интенсивность электрического дипольного

перехода как функция частоты ω (в с.с. $\omega = \Delta m$) может содержать только нечетные степени ω начиная с ω^3 . Явно ковариантная мультипольная параметризация аксиального тока $J_\mu^{(A)}$ соответствует неявно ковариантной. Это означает, что только зарядовые моменты (в данном случае диполь), вычисленные, конечно, в с.с., являются коэффициентами при базисных векторах, трехмерная часть которых (в с.с.) имеет как продольную, так и поперечную части. Все же средние радиусы зарядового дипольного распределения, т.е. фактически весь дипольный зарядовый форм-фактор за вычетом его значения при $\mathbf{k}_{c.c.}^2 = 0$ стоит при базисном векторе, трехмерная часть которого (в с.с.) чисто продольная. Мультипольная параметризация $J_\mu^{(A)}$ имеет вид:

$$J_\mu^{(A)}(k_\lambda) = \frac{e}{(2\pi)^3 m} \sqrt{\frac{m^2 - \Delta m^2}{1 - k_\lambda^2/m^2}} \bar{u}_2 \left\{ \frac{1}{m} \sigma_{\mu\nu} k_\nu G_{m_1 m_2}^{(d)}(\Delta m^2) - \frac{k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda) k_\mu}{m(k_\lambda^2 - \Delta m^2)} \left[G_{m_1 m_2}^{(d)}(k_\lambda^2) - G_{m_1 m_2}^{(d)}(\Delta m^2) \right] + \frac{i}{m^2} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_\nu k_\lambda \gamma_\sigma \gamma_5 G_{m_1 m_2}^{(T)}(k_\lambda^2) \right\} \gamma_5 u_1. \quad (6.10)$$

В этом выражении $G_{m_1 m_2}^{(d)}(k_\lambda^2)$ – дипольный зарядовый форм-фактор, $G_{m_1 m_2}^{(d)}(\Delta m^2)$ – дипольный зарядовый момент (в единицах e/m), а $G_{m_1 m_2}^{(T)}(k_\lambda^2)$ – тороидный дипольный форм-фактор (в единицах e/m^2). Данная параметризация мультипольная, в чем можно убедиться, переходя в с.с., т.е. дипольный зарядовый момент определяется только коэффициентом при первом базисном векторе, все его средние радиусы – форм-факторами при втором базисном векторе и только ими, а дипольный тороидный момент и все его средние радиусы определяются только тороидными форм-факторами:

$$\left. \begin{aligned} d &= i(e/m) G_{m_1 m_2}^{(d)}(\Delta m^2); \\ \bar{r}_d^2 &= i(6e/m) \frac{d}{dk_\lambda^2} G_{m_1 m_2}^{(d)}(\Delta m^2); \\ T &= (e/m^2) G_{m_1 m_2}^T(\Delta m^2). \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Далее, пользуясь первыми двумя из соотношений

$$\begin{aligned} \bar{u}_2 \{ \Delta m \sigma_{\mu\nu} k_\nu + (k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) - i \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_\nu k_\lambda \gamma_\sigma \gamma_5 \} \gamma_5 u_1 &= 0, \\ \bar{u}_2 \{ k_\lambda^2 \sigma_{\mu\nu} k_\nu + \Delta m (k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) + [k_\lambda^2 P_\mu - k_\lambda P_\lambda k_\mu] \} \gamma_5 u_1 &= 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_2 \{ ik^2 \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_\nu k_\lambda \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_5 + (\Delta m^2 - k^2) (k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) + \Delta m [k_\lambda^2 P_\mu - k_\lambda P_\lambda k_\mu] \} \gamma_5 u_1 &= 0, \\ \bar{u}_2 \{ ik^2 \varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} P_\nu k_\lambda \gamma_\sigma \gamma_5 \gamma_5 + (k^2 - \Delta m^2) \sigma_{\mu\nu} k_\nu + [k_\lambda^2 P_\mu - k_\lambda P_\lambda k_\mu] \} \gamma_5 u_1 &= 0 \end{aligned}$$

можно показать, что имеется связь между форм-факторами

$$G_{1m_1m_2}(k_\lambda^2) = G_{m_1m_2}^{(d)}(k_\lambda^2) + \frac{\Delta m}{m} G_{m_1m_2}^T(k_\lambda^2) + \frac{\Delta m^2}{k_\lambda^2 - \Delta m^2} [G_{m_1m_2}^{(d)}(k_\lambda^2) - G_{m_1m_2}^{(d)}(\Delta m^2)]; \quad (6.12)$$

$$G_{2m_1m_2}(k_\lambda^2) = G_{m_1m_2}^{(T)}(k_\lambda^2) + \frac{m\Delta m}{k^2 - \Delta m^2} [G_{m_1m_2}^{(d)}(k_\lambda^2) - G_{m_1m_2}^{(d)}(\Delta m^2)]. \quad (6.13)$$

Очевидно, что в статическом случае ($\Delta m = 0$) обе параметризации совпадают: $G_{1m_0m_0}(k_\lambda^2) = G_{m_0m_0}^{(d)}(k_\lambda^2)$ и $G_{2m_0m_0}(k_\lambda^2) = G_{m_0m_0}^{(T)}(k_\lambda^2)$. Из-за соотношений между форм-факторами (6.12), (6.13), казалось бы, следует, что все форм-факторы свободны от кинематических особенностей. При этом, поскольку d и T дают вклад в излучение одного и того же типа $E1$ (которое определяется одним числом - интенсивностью), нет необходимости вводить два вида излучателей, и анапольная параметризация даже предпочтительнее. В соответствии с ней вероятность $E1$ -излучения $W(E1)$ пропорциональна $|G_{1m_1m_2}(0)|^2$:

$$W(E1) \sim \omega^3 |G_{1m_1m_2}(0)|^2, \quad (6.14)$$

т.е. является нечетной функцией частоты ω , так как

$$G_1(0) = \sum_n \frac{(-\omega^2)^n}{n!} G_1^{(n)}(\omega^2),$$

где $G_1^{(n)}(\omega^2)$ - числа, пропорциональные средним радиусам данного распределения. Однако из (6.13) легко видеть, что при наличии излучателей $G^{(d)}$ и $G^{(T)}$, из-за их интерференции вероятность излучения $W(E1)$ - полином всех (как четных, так и нечетных) степеней ω , начиная с ω^3 . Действительно, используя (6.13) и (6.14), находим, что вероятность $W(E1)$ пропорциональна полиному

$$W(E1) \sim \omega^3 \{ |G^{(d)}(\omega^2)|^2 + 2(\omega m) \text{Re}[G^{(d)}(\omega^2)G^{(T)}(0)], + (\omega^2/m^2) |G^T(0)|^2 \} \quad (6.15)$$

в соответствии с общей формулой для интенсивности мультипольного излучения. Заметим, что все введенные форм-факторы действительны, если рассматриваемый ток СР-инвариантен. Таким образом, применение для параметризации анапольного вектора $(k_\lambda^2 \gamma_\mu - \hat{k} k_\mu) \gamma_5$ вносит подавление, приводящее к невозможности правильного аналитического продолжения

форм-факторов G_1 и G_2 в вне массовой поверхности. Анаполь действительно оправдывает свое название, так как не является представителем ни одного из семейств мультипольных моментов, но есть сумма дипольных зарядового и тороидного моментов. При этом интенсивность их излучения сфазирована и пространственно распределена таким образом, что в сумме эти источники полностью “гасят” друг друга. Таким образом, анапольная конфигурация относится к неизлучающим источникам. Однако непригодность его для параметризации тока определяется не этим обстоятельством, а наличием у него кинематического фактора k_λ^2 , подавляющего его излучение. Это утверждение, очевидно, справедливо не только для перехода $j_1 = j_2 = 1/2$, но и в общем случае анапольной параметризации тока перехода частиц с произвольными спинами [116].

6.1.3 Анаполь или Тороид

Пора ответить на главный вопрос, затронутый в этом приложении, какая же именно параметризация электромагнитного тока пригодна и в каких случаях. Повторим еще раз общее утверждение, что идентификация по классическим нерелятивистским мультипольным моментам возможна лишь в специальных системах отсчета. Само понятие мультипольного момента какой-либо классической электромагнитной системы, например, дипольного зарядового момента системы заряженных частиц, определяется в системе покоя этой системы. При этом распределение дипольного зарядового момента в пространстве волновых векторов, форм-фактор, оказывается функцией \mathbf{k}^2 . При явно ковариантных параметризациях релятивистских квантовых токов аргументом форм-фактора естественно является уже инвариантный параметр k_μ^2 . Параметр \mathbf{k}^2 может выражаться через инварианты только в специальных лоренцевых системах отсчета, например, в брейтовской системе (б.с.):

$$\mathbf{k}^2 = -k_\mu^2 + (m\Delta m/m')^2.$$

Здесь $m' = \sqrt{P_\mu^2}$ — инвариантная масса “системы”, состоящей из частицы в начальном и частицы в конечном состояниях. Тогда для тока единственной частицы ($\Delta m = 0$) $\mathbf{k}^2 = -k_\mu^2$. Таким образом, в статическом случае ($\Delta m = 0$) возможно приравнивание форм-факторов при $\mathbf{k}^2 = 0$ неявно ковариантной параметризации, соответствующим собственным мультипольным моментам частицы. Это согласуется с обычной нормировкой форм-факторов явно ковариантной параметризации, если, конечно, они мультипольные.

В соответствии со сказанным попробуем рассмотреть анапольную параметризацию тока отдельной частицы при $k_\mu^2 = 0$. Получаем:

$$J_\mu^{(A)}(k_\lambda) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{e}{2m_0} \bar{u}_2 \left\{ \frac{1}{m} \sigma_{\mu\nu} k_\nu G_1(0) - k_\mu G_2(k_\lambda^2) \right\} \gamma_5 u_1 \quad (6.16)$$

В результате мы получили параметризацию, использующую изотропный 4–вектор k_μ , в которой анапольный форм-фактор стоит при продольном векторе и, таким образом, утрачивает свой физический смысл. Поэтому наиболее общей и свободной от неоднозначностей параметризацией является мультипольная. Для дальнейшего обсуждения этого вопроса см. работу [90].

6.2 Правила Фейнмана для Майорановских частиц

В этом приложении мы приводим краткий список правил Фейнмана для майорановских нейтрино и сопутствующие формулы, которые были использованы в однопетлевых вычислениях ТДМ нейтрино. Как известно, майорановская частица равна собственной античастице, что приводит к существенному различию правил Фейнмана для майорановских и дираковских частиц [122].

Слабые взаимодействия майорановских нейтрино (N) с заряженными лептонами, W^\pm , Z^0 бозонами, скалярными частицами ϕ^\pm , ϕ и Хигсовым полем ϕ^0 могут быть представлены следующими лагранжианами:

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{NW^\pm} = \bar{N} \Gamma_\mu^{(\ell N)} \ell W^{+\mu} + \bar{\ell} \bar{\Gamma}_\mu^{(\ell N)} N W^{-\mu}, \quad (6.17)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{NZ^0} = (\bar{N} \Gamma_\mu^{(N)} N + \bar{\ell} \Gamma_\mu^{(\ell)} \ell) Z^\mu, \quad (6.18)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{N\phi^\pm} = \bar{N} \Gamma^{(\ell N)} \ell \phi^+ + \bar{\ell} \bar{\Gamma}^{(\ell N)} N \phi^-, \quad (6.19)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{N\phi} = (\bar{N} \Gamma^{(N\phi)} N + \bar{\ell} \Gamma^{(\ell\phi)} \ell) \phi. \quad (6.20)$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{N\phi^0} = (\bar{N} \Gamma^{(N)} N + \bar{\ell} \Gamma^{(\ell)} \ell) \phi^0. \quad (6.21)$$

На фейнмановских диаграммах мы будем обозначать дираковские фермионы двойными линиями, а майорановские нейтрино – одинарными.

На рисунке 29 мы представляем вершины взаимодействия дираковской и майорановской частиц с заряженными и нейтральными бозонами и скалярными частицами.

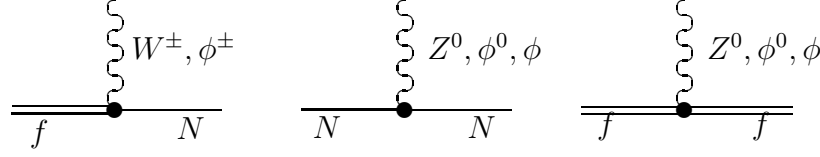


Рис. 29 Фейнмановские диаграммы для взаимодействия дираковской и майорановской частиц с заряженными и нейтральными бозонами и скалярными частицами.

Соответствующие им правила Фейнмана имеют вид:

- $i\Gamma_{\mu}^{(\ell N)}$ для выходящего W^{-} или входящего W^{+} ,
- $i\bar{\Gamma}_{\mu}^{(\ell N)}$ для выходящего W^{+} или входящего W^{-} ,
- $i\Gamma_{\mu}^{(\ell N)}$ для выходящего ϕ^{-} или входящего ϕ^{+} ,
- $i\bar{\Gamma}_{\mu}^{(\ell N)}$ для выходящего ϕ^{+} или входящего ϕ^{-} ,
- $i(\Gamma_{\mu}^{(N)} + \Gamma_{\mu}^{(NC)})$ для Z^0 ,
- $i(\Gamma_{\mu}^{(N)} + \Gamma_{\mu}^{(NC)})$ для ϕ^0 ,
- $i(\Gamma_{\mu}^{(N\phi)} + \Gamma_{\mu}^{(N\phi C)})$ для ϕ .

Здесь $\Gamma_{\mu}^{(NC)} \equiv C [\Gamma_{\mu}^{(N)}]^T C^{-1}$ и $\Gamma^{(NC)} \equiv C [\Gamma^{(N)}]^T C^{-1}$ (соответственно для $\Gamma^{(N\phi C)}$).

При вычислении реальных процессов мы должны придерживаться следующего правила для взаимодействия Дирак-Майорана: для входящей (выходящей) дираковской частицы выходящий (входящий) майорановский фермион должен быть интерпретирован как частица и наоборот для античастиц.

Вводя обозначения $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$, мы можем записать в общем виде для всех вершин:

$$\Gamma_{\mu}^{(x)} = \gamma_{\mu} (P_L A_L^{(x)} + P_R A_R^{(x)}), \quad x = \ell, N, \ell N, \quad (6.22)$$

$$\bar{\Gamma}_{\mu}^{(\ell N)} \equiv \gamma_0 [\Gamma_{\mu}^{(\ell N)}]^{\dagger} \gamma_0 = \gamma_{\mu} (P_L A_L^{(\ell N)*} + P_R A_R^{(\ell N)*}),$$

и

$$\begin{aligned}\Gamma^{(x)} &= P_L B_L^{(x)} + P_R B_R^{(x)}, \quad x = N, N\phi, \ell N, \\ \bar{\Gamma}^{(\ell N)} &\equiv \gamma_0 [\Gamma^{(\ell N)}]^\dagger \gamma_0 = P_R B_L^{(\ell N)*} + P_L B_R^{(\ell N)*}.\end{aligned}\tag{6.23}$$

Остальные правила Фейнмана остаются без изменения, см. [123].

Также для наших целей мы использовали следующие пропагаторы в калибровке т-Хофта-Фейнмана:

$$\begin{aligned}i\Delta_F(k) &= \frac{i}{\widehat{k} - m + i\epsilon}, \quad , \\ i\Delta_{W,Z}^{\mu\nu}(k) &= \frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2 - M_{W,Z}^2 + i\epsilon}, \quad W, Z - \\ i\Delta_{\phi^\pm}(k) &= \frac{i}{k^2 - M_W^2 + i\epsilon}, \\ i\Delta_\phi(k) &= \frac{i}{k^2 - M_Z^2 + i\epsilon}, \\ i\Delta_{\phi^0}(k) &= \frac{i}{k^2 - 2\mu^2 + i\epsilon}.\end{aligned}$$

Уравнения (6.22 – 6.23) имеют общий вид и должны быть определены для конкретной теории взаимодействия. Ниже мы приводим определение коэффициентов $A_{L,R}^{(x)}$ и $B_{L,R}^{(x)}$ для стандартной модели.

6.2.1 Определение коэффициентов $A_{L,R}^{(x)}$ и $B_{L,R}^{(x)}$ в рамках стандартной модели.

Стандартная модель слабых взаимодействий дает нам по крайней мере три различных способа введения произвольных масс нейтрино.

- В первом случае вводят новый триплет Хиггсового поля с гиперзарядом $Y = 2$ в дополнение к стандартному Хиггсовому дублету по группе $SU(2)_L$ симметрии. Такой триплет может быть представлен матрицей 2×2 :

$$H = \begin{pmatrix} -H^+/\sqrt{2} & H^{++} \\ H^0 & H^+/\sqrt{2} \end{pmatrix},$$

где юкавский член взаимодействия в слабом лагранжиане имеет вид

$$\sum_{ij} g_{ij} (\overline{\nu_{iL}}, \overline{\ell_{iL}}) H^\dagger i\tau_2 \begin{pmatrix} (\nu_{jL})^c \\ (\ell_{jL})^c \end{pmatrix} + h.c. \quad (6.24)$$

Данное взаимодействие дает нам Майорановский массовый член

$$(M_L)_{ij} = 2 \frac{\langle H^0 \rangle}{\sqrt{2}} g_{ij}^*.$$

- Во втором подходе используется тот факт, что СМ может содержать k синглетов по группе $SU(2)_L \otimes U(1)$, которые не взаимодействуют с калибровочными бозонами, но приводят к майорановским массам нейтрино

$$\sum_{ij} g'_{ij} \overline{\nu_{iR}} (M_R)_{ij} (\nu_{jR})^c + h.c. . \quad (6.25)$$

- И, наконец, в третьем подходе можно ввести массы нейтрино, исходя из юкавского взаимодействия $SU(2)_L$ Хиггсового дублета $\Phi = (\phi^+, \phi^0)^T$:

$$\sum_{ij} g''_{ij} \overline{\nu_{iR}} \Phi^{c\dagger} \begin{pmatrix} \nu_{jL} \\ \ell_{jL} \end{pmatrix} + h.c. , \quad (6.26)$$

где $\Phi^c = i\tau_2 \Phi^*$. Это так называемый дираковский массовый член

$$(M_D^T)_{ij} = g''_{ij} \langle \phi^0 \rangle.$$

Все эти случаи можно свести к единому “see-saw” лагранжиану

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -\frac{1}{2} \left(\overline{(\nu_L)^c}, \overline{\nu_R} \right) \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} + h.c. , \quad (6.27)$$

где поля нейтрино определяются следующим образом:

$$(\nu_L)^c \equiv C \overline{\nu_L}^T, \quad (\nu_R)^c \equiv C \overline{\nu_R}^T, \quad \overline{(\nu_L)^c} = -\nu_L^T C^{-1}, \quad \overline{(\nu_R)^c} = -\nu_R^T C^{-1}. \quad (6.28)$$

Основываясь на существующих экспериментальных данных, мы знаем о существовании трех нейтрино, поэтому для дальнейшего рассмотрения

вопроса мы ограничимся только тремя флейворными нейтрино $\nu_{\alpha L}$ ($\alpha = e, \mu, \tau$):

$$\begin{aligned} \nu_L, (\nu_L)^c, \overline{\nu_L}, \overline{(\nu_L)^c} & \quad 3 - \quad , \\ \nu_R, (\nu_R)^c, \overline{\nu_R}, \overline{(\nu_R)^c} & \quad k - \quad , \end{aligned}$$

где индекс k обозначает число синглетов по группе $SU(2)_L$ в рассматриваемой теории. Мы введем $(3+k)$ -вектор $n_L = (\nu_L, (\nu_R)^c)^T$ так, что выражение (6.27) может быть представлено

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -\frac{1}{2} \overline{(n_L)^c} \mathcal{M} n_L + h.c.$$

Матрица \mathcal{M} есть $(3+k) \times (3+k)$ комплексная симметричная матрица, чьи под-блоки: $M_L - 3 \times 3$ комплексная матрица, $M_D - 3 \times k$ комплексная матрица и $M_R - k \times k$ комплексная матрица. Матрица \mathcal{M} может быть диагонализирована следующим образом:

$$\mathcal{M} = (U^\dagger)^T \widehat{M} U^\dagger, \quad \widehat{M} = \text{diag}(m_1, \dots, m_{3+k}), \quad m_i \geq 0,$$

вследствие чего мы имеем

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -\frac{1}{2} \overline{(n_L)^c} \mathcal{M} n_L + h.c. = -\frac{1}{2} \overline{(\widehat{n}_L)^c} \widehat{M} \widehat{n}_L + h.c. = -\frac{1}{2} \overline{N} \widehat{M} N. \quad (6.29)$$

Здесь введены $(3+k)$ -вектор $N = \widehat{n}_L + (\widehat{n}_L)^c$ и $(3+k) \times (3+k)$ матрица смешивания

$$\widehat{n}_L = U^\dagger n_L, \quad \overline{(\widehat{n}_L)^c} = \overline{(n_L)^c} (U^\dagger)^T. \quad (6.30)$$

Используя соотношения

$$P_L N = \widehat{n}_L, \quad P_R N = (\widehat{n}_L)^c \quad (6.31)$$

и параметризуя матрицу U как

$$U = \begin{pmatrix} U_L \\ U_R^* \end{pmatrix}, \quad \dim U_L = 3 \times (3+k) \quad \dim U_R = k \times (3+k), \quad (6.32)$$

определим флейворный базис нейтрино соотношениями

$$\nu_L = U_L(P_L N), \quad (\nu_L)^c = U_L^*(P_R N), \quad \nu_R = U_R(P_R N), \quad (\nu_R)^c = U_R^*(P_L N). \quad (6.33)$$

Взаимодействие лептонов и векторных бозонов в СМ описывается двумя лагранжианами

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu^+ W^{+\mu} + J_\mu^- W^{-\mu}), \quad \mathcal{L}_{NC} = J_\mu^{\text{EM}} \mathcal{A}^\mu + \frac{g}{\cos \theta_W} J_\mu^0 Z^\mu, \quad (6.34)$$

где токи определены следующим образом

$$\begin{aligned} (J_\mu^+)_\ell &= \frac{1}{2} \bar{\nu}_\ell \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \ell', \\ (J_\mu^0)_\ell &= \frac{1}{2} \sum_{f=\nu, \ell} \left[g_L^f \bar{f}' \gamma_\mu (1 - \gamma_5) f' + g_R^f \bar{f}' \gamma_\mu (1 + \gamma_5) f' \right]. \end{aligned}$$

Символ (f') обозначает калибровочное собственное состояние фермиона, а (f) – его слабое собственное состояние. При спонтанном нарушении симметрии фермионы приобретают массы. Массовая матрица лептонов имеет следующие матричные элементы

$$(M'_\ell) = -\frac{v}{\sqrt{2}} g''_{ij}, \quad \ell'_{L,R} = S_{L,R} \ell_{L,R}, \quad M_\ell^{\text{diag}} = (S_L)^\dagger M'_\ell S_R.$$

Заряженный ток теперь выражается как

$$(J_\mu^+)_\ell = \frac{1}{2} \bar{\nu}_\ell \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \ell' = \sum_{i,\alpha} (U_L^*)_{i\ell} (S_L)_{\ell\alpha} \bar{N}_i \gamma_\mu P_L \ell_\alpha, \quad (6.35)$$

где $i = 1, \dots, (3+k)$ и $\alpha = e, \mu, \tau$. После суммирования по всем лептонам можно определить матрицы $A_{L,R}^{(\ell N)}$ следующим образом:

$$(A_L^{(\ell N)})_{i\alpha} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_\ell (U_L^*)_{i\ell} (S_L)_{\ell\alpha}, \quad A_R^{(\ell N)} = 0, \quad \ell = e, \mu, \tau. \quad (6.36)$$

Таким образом, в лептонном секторе, аналогично кварковому сектору, мы имеем матрицу смешивания, $K_L = S_L^\dagger U_L$, которая в самом общем виде является $3 \times (3+k)$ комплексной матрицей с $3(k+1)$ комплексными параметрами [106] так, что заряженный ток принимает окончательный вид

$$J_\mu^- = \frac{1}{2} \bar{\ell} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) K_L N.$$

Используя определение тока, можно определить матрицы $A_{L,R}^{(\ell)}$ как

$$A_L^{(\ell)} = \frac{gg_L^\ell}{\cos \theta_W}, \quad A_R^{(\ell)} = \frac{gg_R^\ell}{\cos \theta_W}, \quad g_L^\ell = -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W, \quad g_R^\ell = \sin^2 \theta_W. \quad (6.37)$$

При рассмотрении нейтрального тока нейтрино ситуация несколько меняется, и мы имеем

$$\left(J_\mu^0\right)_{\nu_\alpha} = \frac{1}{2} \overline{\nu_\alpha} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_\alpha = \sum_{i,j} g_L^\nu (U_L^*)_{i\alpha} (U_L)_{\alpha j} \overline{N}_i \gamma_\mu P_L N_j. \quad (6.38)$$

После суммирования по всем нейтринным флейворам

$$J_\mu^0 = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \left(J_\mu^0\right)_{\nu_\alpha},$$

находим общие выражения для матриц $A_{L,R}^{(N)}$:

$$\left(A_L^{(N)}\right)_{ij} = \frac{g g_L^\nu}{\cos \theta_W} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} (U_L^*)_{i\alpha} (U_L)_{\alpha j}, \quad A_R^{(N)} = 0, \quad g_L^\nu = \frac{1}{2}. \quad (6.39)$$

Для определения матриц $B_{L,R}^{(x)}$, мы воспользовались выражением для полной амплитуды процесса $e + \nu \rightarrow e + \nu$ и, используя вклад нефизических скалярных заряженных частиц ϕ^\pm , получаем

$$\begin{aligned} \left(B_L^{(\ell N)}\right)_{i\alpha} &= -\frac{g m_i}{\sqrt{2} M_W} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} (U_L^*)_{i\ell} (S_L)_{\ell\alpha}, \\ \left(B_R^{(\ell N)}\right)_{i\alpha} &= \frac{g m_{\ell\alpha}}{\sqrt{2} M_W} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} (U_L^*)_{i\ell} (S_L)_{\ell\alpha}, \end{aligned}$$

а для нейтральных бозонов:

$$\begin{aligned} \left(B_L^{(N\phi)}\right)_{ij} &= \frac{g m_i}{2 M_Z \cos \theta_W} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} (U_L^*)_{i\ell} (U_L)_{\ell j}, \\ \left(B_R^{(N\phi)}\right)_{ij} &= \frac{-g m_j}{2 M_Z \cos \theta_W} \sum_{\ell=e,\mu,\tau} (U_L^*)_{i\ell} (U_L)_{\ell j}, \\ i\Gamma^{(\ell\phi)} &= \frac{g m_\ell}{2 M_Z \cos \theta_W} \gamma_5. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Для определения матрицы $B_{L,R}^{(N)}$, входящей в вершину нейтрино-Хиггс взаимодействия, используем выражения (6.26) и (6.33). После спонтанного нарушения симметрии нейтрино приобретает дираковские массы лагранжиан принимает вид

$$\mathcal{L}_{\nu\nu\phi^0} = 2^{1/4} \sqrt{G_F} \sum_{\alpha,\beta} \left\{ \left(M_D^T\right)_{\alpha\beta} \overline{\nu_{\alpha R}} \nu_{\beta L} + \left(M_D^T\right)_{\beta\alpha}^* \overline{\nu_{\beta L}} \nu_{\alpha R} \right\} \phi^0$$

$$\begin{aligned}
&= 2^{1/4} \sqrt{G_F} \sum_{\alpha, \beta} \sum_{ij} \left\{ (U_R^*)_{j\alpha} (M_D^T)_{\alpha\beta} (U_L)_{\beta i} \bar{N}_j P_L N_i \right. \\
&+ \left. (U_L^*)_{i\beta} (M_D^T)_{\beta\alpha}^* (U_R)_{\alpha j} \bar{N}_i P_R N_j \right\} \phi^0. \tag{6.41}
\end{aligned}$$

Из этого уравнения сразу же следует, что

$$\begin{aligned}
(B_L^{(N)})_{ji} &= \frac{-g}{2M_W} \sum_{\alpha, \beta} (U_R^*)_{j\alpha} (M_D^T)_{\alpha\beta} (U_L)_{\beta i}, \\
(B_R^{(N)})_{ij} &= \frac{-g}{2M_W} \sum_{\alpha, \beta} (U_L^*)_{i\beta} (M_D^T)_{\beta\alpha}^* (U_R)_{\alpha j}, \\
i\Gamma^{(\ell)} &= \frac{igm_\ell}{2M_W}. \tag{6.42}
\end{aligned}$$

6.3 Вычисление дисперсионных интегралов

В данном приложении приведена процедура вычисления интегралов по двухчастичному пространству [84]. Здесь использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\bar{u}(p_-) \hat{p}_- &= m_1 \bar{u}(p_-), \quad \hat{p}_+ v(p_+) = -m_2 v(p_+), \\
p_-^2 &= m_1^2, \quad p_+^2 = m_2^2, \quad k_1^2 = k_2^2 = m_k^2. \tag{6.43}
\end{aligned}$$

Общий вид интегралов для вычисления мнимых частей амплитуд треугольных диаграмм можно представить в виде

$$I = \iint d^4 k_1 d^4 k_2 \delta(k_1^2 - m_k^2) \delta(k_2^2 - m_k^2) \delta^4(p_- + p_+ - k_1 - k_2) \frac{F(p_-, p_+, k_1, k_2)}{(p_- - k_1)^2 - M^2}. \tag{6.44}$$

Для удобства введем новые переменные

$$q = k_1 + k_2, \quad Q = k_1 - k_2, \quad d^4 k_1 d^4 k_2 \rightarrow \frac{1}{4} d^4 q d^4 Q, \tag{6.45}$$

что приводит к следующим заменам

$$\begin{aligned}
\delta(k_1^2 - m_k^2) \delta(k_2^2 - m_k^2) &\rightarrow \delta(q^2 + Q^2 - 4m_k^2) \delta(q \cdot Q), \\
q^2 &\equiv (k_1 + k_2)^2 \equiv (p_- + p_+)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2p_- p_+, \\
(p_- - k_1)^2 - M^2 &= -(a + p_- \cdot Q), \quad a = M^2 + \frac{1}{2}(q^2 - 2m_k^2 - m_1^2 - m_2^2). \tag{6.46}
\end{aligned}$$

Таким образом, интеграл (6.44) принимает вид

$$I = \frac{1}{4} \iint d^4 Q d^4 q \delta(q^2 + Q^2 - 4m_k^2) \delta(q \cdot Q) \delta^4(p_- + p_+ - q) \frac{F(p_-, p_+, Q, q)}{-(a + p_- \cdot Q)}. \quad (6.47)$$

С помощью $\delta^4(p_- + p_+ - q)$ функции выполняем интегрирование по $d^4 q$ и для дальнейшего интегрирования переходим в систему центра масс, где $q = (q_0, \mathbf{0})$. Дальнейшее интегрирование проводим в два этапа. Во-первых, снимаем одну δ -функцию

$$\int d^4 Q \delta(q \cdot Q) \dots = \int dQ_0 d^3 Q \delta(q_0 \cdot Q_0) \dots = \frac{1}{q_0} \int d^3 Q \dots,$$

и находим

$$I = -\frac{1}{4q_0} \int d^3 Q \delta[\mathbf{Q}^2 - (q_0^2 - 4m_k^2)] \frac{F(\mathbf{Q}, q_0)}{a - \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{Q}}. \quad (6.48)$$

Во-вторых, в терминах новой переменной $x = Q/\sqrt{q_0^2 - 4m_k^2}$ наш интеграл принимает вид

$$I = -\frac{1}{8q_0} \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2} \int d|\mathbf{x}| d\Omega \delta(|\mathbf{x}| - 1) \frac{F(\mathbf{Q} = \mathbf{x} \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2})}{a - \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{x} \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2}}, \quad (6.49)$$

где $d\Omega = -d\varphi d\cos\theta$. Для дальнейших вычислений перейдем в систему, где импульс \mathbf{p}_- имеет только одну z -компоненту p_z .

Рассмотрим все возможные комбинации подынтегральной функции $F(Q, q)$.

- $F(Q, q) = 1$, в данном случае (6.49) имеет вид

$$I = -\frac{1}{8q_0} \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2} \int d\Omega \frac{1}{a - b \cos\theta} \Rightarrow -\frac{1}{4q_0} \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2} \cdot \frac{\pi}{b} \ln \left| \frac{a+b}{a-b} \right|. \quad (6.50)$$

Здесь мы воспользовались соотношением

$$\mathbf{p}_- \cdot \mathbf{Q} = |\mathbf{p}_-| |\mathbf{Q}| \cos\theta = p_z |\mathbf{x}| \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2} \cos\theta = b |\mathbf{x}| \cos\theta.$$

В произвольной системе отсчета $|\mathbf{p}_-| = \frac{1}{2} \sqrt{q_0^2 - 4m_1^2}$. Вводя обозначение $t = q_0^2$, имеем

$$I = -\frac{\pi}{2} \frac{1}{\sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \ln \left| \frac{a+b}{a-b} \right|, \quad (6.51)$$

$$a = M^2 + \frac{1}{2}(t - 2m_k^2 - m_1^2 - m_2^2), \quad b = \frac{1}{2}\sqrt{t - 4m_1^2}\sqrt{t - 4m_k^2}, \quad t = q_0^2. \quad (6.52)$$

- $F(Q, q) = A \cdot Q = A_0 \cdot Q_0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}$, но поскольку $Q_0 = 0$, то

$$F(Q) = -\mathbf{A} \cdot \mathbf{Q} \equiv -\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2}.$$

Для удобства выберем вектор \mathbf{A} вдоль оси z , тогда уравнение (6.49) преобразуется в

$$\begin{aligned} I &= -\frac{1}{8q_0} \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2} \int d|\mathbf{x}| d\Omega \delta(|\mathbf{x}| - 1) \\ &\times \frac{-|\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{x}| \cos \theta \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2}}{a - |\mathbf{p}_-| \cdot |\mathbf{x}| \cos \theta \sqrt{q_0^2 - 4m_k^2}} \\ &= \frac{1}{8q_0} (q_0^2 - 4m_k^2) A_z \int d\Omega \frac{\cos \theta}{a - b \cos \theta}. \end{aligned} \quad (6.53)$$

После интегрирования имеем

$$I = \frac{\pi}{4} A_z q_0 \left(1 - \frac{4m_k^2}{q_0^2}\right) \frac{1}{b} \left[-2 + \frac{a}{b} \ln \left|\frac{a+b}{a-b}\right|\right]. \quad (6.54)$$

Переходя от $\mathbf{A} = (0, 0, A_z)$ к $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$, находим

$$I = \frac{\pi}{2} \frac{A \cdot (p_- - p_+)}{\sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \cdot \sqrt{\frac{t - 4m_k^2}{t - 4m_1^2}} \left[2 - \frac{a}{b} \ln \left|\frac{a+b}{a-b}\right|\right]. \quad (6.55)$$

Для оставшихся интегралов мы приведем лишь конечные результаты вычислений.

- $F(Q, q) = A \cdot Q B \cdot Q$

$$\begin{aligned} I &= \frac{\pi}{4} \frac{(t - 4m_k^2)}{\sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \\ &\times \left\{ \left[\frac{A \cdot (p_- - p_+) B \cdot (p_- - p_+)}{t - 4m_1^2} - \frac{A \cdot q B \cdot q}{t} + A \cdot B \right] \ln \left|\frac{a+b}{a-b}\right| \right. \\ &\left. + \left[3 \frac{A \cdot (p_- - p_+) B \cdot (p_- - p_+)}{t - 4m_1^2} - \frac{A \cdot q B \cdot q}{t} + A \cdot B \right] \left[2 \frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^2} \ln \left|\frac{a+b}{a-b}\right| \right] \right\} \end{aligned} \quad (6.56)$$

- $F(Q, q) = (q^2 \gamma_\mu - \hat{q} q_\mu) \gamma_5$, используя выражения (6.50 – 6.52) ¹⁹

$$I_{\mu 5} = -\frac{\pi}{2} \frac{t \ln c}{\sqrt{t(t-4m_1^2)}} \gamma_\mu \gamma_5 + \frac{\pi}{2} \frac{\hat{q} q_\mu \gamma_5 \ln c}{\sqrt{t(t-4m_1^2)}}. \quad (6.57)$$

- $F(Q, q) = \hat{q} Q_\mu \gamma_5$. Аналогично случаю $F(Q, q) = A \cdot Q = A_0 \cdot Q_0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}$, см. выражения (6.53 – 6.55), имеем

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi}{2} \frac{\hat{q}(p_- - p_+)_\mu \gamma_5}{\sqrt{t(t-4m_1^2)}} \cdot \sqrt{\frac{t-4m_k^2}{t-4m_1^2}} \left(2 - \frac{a}{b} \ln c\right). \quad (6.58)$$

Однако этот интеграл не дает вклада в ТДМ нейтрино, поскольку конечный результат не содержит $\gamma_\mu \gamma_5$ структуру.

- $F(Q, q) = \hat{Q} \hat{q} \gamma_\mu \gamma_5$

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi}{2} \frac{(\hat{p}_- - \hat{p}_+) \cdot (\hat{p}_- + \hat{p}_+) \gamma_\mu \gamma_5}{\sqrt{t(t-4m_1^2)}} \cdot \sqrt{\frac{t-4m_k^2}{t-4m_1^2}} \left(2 - \frac{a}{b} \ln c\right). \quad (6.59)$$

Принимая во внимание выражения (6.43), имеем

$$\bar{u}(p_-)(\hat{p}_- - \hat{p}_+)(\hat{p}_- + \hat{p}_+) \gamma_\mu \gamma_5 v(p_+) \Rightarrow [-t + 2m_1(m_1 - m_2)] \bar{u}(p_-) \gamma_\mu \gamma_5 v(p_+) + \dots,$$

и поэтому уравнение (6.59) преобразуется в

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi}{2} \frac{[-t + 2m_1(m_1 - m_2)]}{\sqrt{t(t-4m_1^2)}} \cdot \sqrt{\frac{t-4m_k^2}{t-4m_1^2}} \left(2 - \frac{a}{b} \ln c\right) \gamma_\mu \gamma_5. \quad (6.60)$$

- $F(Q, q) = \hat{Q} Q_\mu \gamma_5$

$$\begin{aligned} I_{\mu 5} = & \frac{\pi}{4} \frac{(t-4m_k^2)}{\sqrt{t(t-4m_1^2)}} \left\{ \left[\frac{(\hat{p}_- - \hat{p}_+)(p_- - p_+)_\mu}{t-4m_1^2} - \frac{\hat{q} q_\mu}{t} + \gamma_\mu \right] \ln c \right. \\ & \left. + \left[3 \frac{(\hat{p}_- - \hat{p}_+)(p_- - p_+)_\mu}{t-4m_1^2} - \frac{\hat{q} q_\mu}{t} + \gamma_\mu \right] \left(2 \frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^2} \ln c \right) \right\} \gamma_5, \end{aligned} \quad (6.61)$$

¹⁹Здесь и далее мы переобозначили I в $I_{\mu 5}$ только, чтобы подчеркнуть, что данный интеграл несет индекс μ и содержит γ_5 матрицу, и в дальнейшем используем обозначение $c = \left| \frac{a+b}{a-b} \right|$.

поскольку

$$\bar{u}(p_-)(\hat{p}_- - \hat{p}_+)\gamma_5 v(p_+) \Rightarrow (m_1 - m_2)\bar{u}(p_-)\gamma_5 v(p_+),$$

часть, соответствующая ТДМ нейтрино, имеет вид

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi}{4} \frac{(t - 4m_k^2)}{\sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \left\{ \left(\ln c + 2\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^2} \ln c \right) \gamma_\mu \gamma_5 - \left(\ln c + 2\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^2} \ln c \right) \frac{\hat{q}q_\mu}{t} \gamma_5 \right\}. \quad (6.62)$$

- $F(Q, q) = \hat{Q}\hat{Q}\gamma_\mu\gamma_5$. Используя выражение (6.56), находим

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi}{4} \frac{(t - 4m_k^2)}{\sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \left\{ \left[\frac{(\hat{p}_- - \hat{p}_+)(\hat{p}_- - \hat{p}_+)}{t - 4m_1^2} - \frac{\hat{q}q}{t} + \gamma^\nu \gamma_\nu \right] \ln c + \left[3\frac{(\hat{p}_- - \hat{p}_+)(\hat{p}_- - \hat{p}_+)}{t - 4m_1^2} - \frac{\hat{q}q}{t} + \gamma^\nu \gamma_\nu \right] \left(2\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^2} \ln c \right) \right\} \gamma_\mu \gamma_5. \quad (6.63)$$

С помощью соотношения

$$(\hat{p}_- - \hat{p}_+)(\hat{p}_- - \hat{p}_+) = -t + 2(m_1^2 + m_2^2),$$

конечный ответ принимает вид

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi}{4} \frac{(t - 4m_k^2)}{\sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \left\{ 2 \ln c - 2 \left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{t - 4m_1^2} \right) \left(\ln c + 3 \left[2\frac{a}{b} - \frac{a^2}{b^2} \ln c \right] \right) \right\} \gamma_\mu \gamma_5. \quad (6.64)$$

- $F(Q, q) = \hat{Q}q_\mu\gamma_5$

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi}{2} \frac{(\hat{p}_- - \hat{p}_+)q_\mu\gamma_5}{\sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \cdot \sqrt{\frac{t - 4m_k^2}{t - 4m_1^2}} \left(2 - \frac{a}{b} \ln c \right). \quad (6.65)$$

Однако этот интеграл не дает вклада в ТДМ нейтрино из-за отсутствия структуры $\gamma_\mu\gamma_5$.

- $F(Q, q) = (Q \cdot q)\gamma_\mu\gamma_5$. В этом случае благодаря $\delta(q \cdot Q)$ в уравнении (6.47) $I = 0$.

- $F(Q, q) = (Q \cdot p_-) \gamma_\mu \gamma_5$

$$\begin{aligned}
I_{\mu 5} &= \frac{\pi p_- \cdot (p_- - p_+)}{2 t(t - 4m_1^2)} \sqrt{\frac{t - 4m_k^2}{t - 4m_1^2}} \left(2 - \frac{a}{b} \ln c\right) \gamma_\mu \gamma_5 \\
&= -\frac{\pi (t - m_2^2 - 3m_1^2)}{4 t(t - 4m_1^2)} \sqrt{\frac{t - 4m_k^2}{t - 4m_1^2}} \left(2 - \frac{a}{b} \ln c\right) \gamma_\mu \gamma_5. \quad (6.66)
\end{aligned}$$

- $F(Q, q) = \hat{Q} \gamma_\mu \gamma_5$. В данном случае мы воспользовались соотношением

$$\bar{u}(p_-)(\hat{p}_- - \hat{p}_+) \gamma_\mu \gamma_5 v(p_+) \Rightarrow (m_1 + m_2) \bar{u}(p_-) \gamma_\mu \gamma_5 v(p_+) + \dots$$

и конечный интеграл имеет вид

$$I_{\mu 5} = \frac{\pi (m_1 + m_2)}{2 \sqrt{t(t - 4m_1^2)}} \sqrt{\frac{t - 4m_k^2}{t - 4m_1^2}} \left(2 - \frac{a}{b} \ln c\right) \gamma_\mu \gamma_5. \quad (6.67)$$

В вычислениях ТДМ также потребовалось вычислить интегралы скалярного и тензорного вида

$$I_\rho = \int d\rho, \quad I_Q = \int d\rho Q^2, \quad \hat{I}_\mu = \int d\rho \frac{\hat{Q} Q_\mu}{q^2 - M_Z^2}, \quad (6.68)$$

$$d\rho = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{4} d^4 Q d^4 q \delta(q^2 + Q^2 - 4M_W^2) \delta(q \cdot Q) \delta^4(p_- + p_+ - q).$$

Первые два из них имеют простой вид

$$I_\rho = \frac{1}{8\pi} \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{t}}, \quad I_Q = -\frac{1}{8\pi} \frac{(t - 4M_W^2)^{3/2}}{\sqrt{t}}, \quad (6.69)$$

а последний интеграл в уравнении (6.68) можно получить из интеграла тензорного вида, вычисление которого обсуждалось в работе [84].

Далее приводим детали вычисления интеграла тензорного вида

$$I_{\mu\nu} = \int d\rho Q_\mu Q_\nu. \quad (6.70)$$

Рассмотрим ортонормальный базис составленный из p_-, p_+ :

$$V_\mu = \frac{(p_- + p_+)_\mu}{\sqrt{(p_- + p_+)^2}}, \quad W_\mu = \frac{(p_- - p_+)_\mu}{\sqrt{(p_- - p_+)^2}}.$$

В этих обозначениях запишем тензорный ортонормальный базис как

$$R_{\mu\nu}^{(1)} = V_\mu V_\nu, \quad R_{\mu\nu}^{(2)} = W_\mu W_\nu, \quad R_{\mu\nu}^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_\mu W_\nu - W_\mu V_\nu),$$

$$R_{\mu\nu}^{(4)} = \frac{1}{\sqrt{2}}[g_{\mu\nu}(V_\mu V_\nu - W_\mu W_\nu)].$$

Таким образом, уравнение (6.70) может быть приведено к виду

$$I_{\mu\nu} = A'_1 R_{\mu\nu}^{(1)} + A'_2 R_{\mu\nu}^{(2)} + A'_3 R_{\mu\nu}^{(3)} + A'_4 R_{\mu\nu}^{(4)}.$$

Легко видно, что следующие соотношения имеют место

$$R_{\mu\nu}^{(2)} I_{\mu\nu} = A'_2, \quad R_{\mu\nu}^{(2)} R_{\mu\nu}^{(i)} = 0 \quad i \neq 2,$$

$$R_{\mu\nu}^{(3)} I_{\mu\nu} = \sqrt{2} A'_3, \quad R_{\mu\nu}^{(3)} R_{\mu\nu}^{(i)} = 0 \quad i \neq 3,$$

поэтому мы сразу же получаем $A'_2 = A'_3 = 0$. После этих преобразований интеграл $I_{\mu\nu}$ можно записать как

$$I_{\mu\nu} = \mathcal{A}(p_- + p_+)_\mu(p_- + p_+)_\nu + \mathcal{B}(p_- - p_+)_\mu(p_- - p_+)_\nu + \mathcal{C}g_{\mu\nu}$$

$$\equiv \mathcal{A}q_\mu q_\nu + \mathcal{B}\mathcal{Q}_\mu \mathcal{Q}_\nu + \mathcal{C}g_{\mu\nu}. \quad (6.71)$$

После простых преобразований получаем

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \left[\frac{3}{t^2} q^\mu q^\nu I_{\mu\nu} - \frac{\mathcal{Q}_\mu \mathcal{Q}_\nu I_{\mu\nu}}{t(t-4m^2)} - \frac{1}{t} g^{\mu\nu} I_{\mu\nu} \right],$$

$$\mathcal{B} = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{t(t-4m^2)} q^\mu q^\nu I_{\mu\nu} + \frac{3\mathcal{Q}_\mu \mathcal{Q}_\nu I_{\mu\nu}}{(t-4m^2)^2} + \frac{g^{\mu\nu} I_{\mu\nu}}{(t-4m^2)} \right],$$

$$\mathcal{C} = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{t} q^\mu q^\nu I_{\mu\nu} + \frac{\mathcal{Q}_\mu \mathcal{Q}_\nu I_{\mu\nu}}{(t-4m^2)} + g^{\mu\nu} I_{\mu\nu} \right],$$

где введены обозначения

$$q^2 = t = 2m^2 + 2p_- p_+, \quad \mathcal{Q}^2 = 2m^2 - 2p_- p_+ = -(t - 4m^2), \quad p_-^2 = p_+^2 = m^2.$$

Используя (6.44 – 6.49), находим

$$g^{\mu\nu} I_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi^2} \left(-\frac{\pi}{2\sqrt{t}} \right) (t - 4M_W^2)^{3/2},$$

$$q^\mu q^\nu I_{\mu\nu} = 0,$$

$$\mathcal{Q}^\mu \mathcal{Q}^\nu I_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{4\pi}{3} \right) \left(\frac{t - 4m^2}{8\sqrt{t}} \right) (t - 4M_W^2)^{3/2},$$

где \mathcal{A} , \mathcal{B} и \mathcal{C} :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{\pi}{6} \left(\frac{t - 4M_W^2}{t} \right)^{3/2}, \quad \mathcal{B} = 0, \quad \mathcal{C} = -t\mathcal{A}.$$

Таким образом, интеграл $I_{\mu\nu}$ имеет вид

$$I_{\mu\nu} = \mathcal{A} \{ (p_- + p_+)_{\mu} (p_- + p_+)_{\nu} - t g_{\mu\nu} \}. \quad (6.72)$$

Благодаря дельта-функции $\delta^4(p_- + p_+ - q)$ интеграл (6.68) может быть сведен к вычислению интеграла (6.72):

$$\begin{aligned} \hat{I}_{\mu} &= \int d\rho \frac{\hat{Q} Q_{\mu}}{q^2 - M_Z^2} = \frac{\mathcal{A} \{ (p_- + p_+)_{\mu} (p_- + p_+)_{\nu} - t g_{\mu\nu} \}}{(p_- + p_+)^2 - M_Z^2} \\ &\Rightarrow -\frac{1}{24\pi} \left(\frac{t - 4M_W^2}{t - M_Z^2} \right) \sqrt{1 - \frac{4M_W^2}{t}} \gamma_{\mu}. \end{aligned} \quad (6.73)$$

В последнем выражении учтен только член, отвечающий за вклад в ТДМ майорановского нейтрино.

6.4 Амплитуды и вклады в мнимые части тороидного форм-фактора нейтрино

В этом приложении мы представляем полный список амплитуд треугольного и поляризационного типа диаграмм в t -канале, а также мнимые и реальные части тороидного форм-фактора.

$\ell\ell\phi$ треугольные диаграммы

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= 2 \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i\Gamma^{(\ell N)} \right] i\Delta_F(k_1) (-ie\gamma_{\mu}) \\ &\quad \times i\Delta_F(-k_2) \left[i\bar{\Gamma}^{(\ell N)} \right] v(p_+) [i\Delta_{\phi^+}(p_- - k_1)] \mathcal{A}^{\mu}(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) &= \frac{1}{32\pi} \left(|B_L^{(\ell N)}|^2 - |B_R^{(\ell N)}|^2 \right) (I_{\ell} - J_{\ell} - L_{\ell}), \end{aligned}$$

где

$$d\varrho = \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} (2\pi)^4 \delta^4(p_- + p_+ - k_1 - k_2).$$

Реальная часть торoidalного форм-фактора может быть вычислена взятием интеграла

$$T_i(q^2) = g_F \frac{\beta}{2} \int_{2\beta}^{\infty} \frac{F(x, \beta) dx}{x^2(x + \alpha)},$$

с подынтегральной функцией

$$\begin{aligned} F(x, \beta) = & -(1 - x - \beta) \sqrt{1 - \frac{2\beta}{x}} + \left[\frac{(1 - \beta)^2}{2x} + \beta \right] \\ & + \ln \left(\frac{1 + x - \beta + \sqrt{x(x - 2\beta)}}{1 + x - \beta - \sqrt{x(x - 2\beta)}} \right), \end{aligned}$$

где $g_F = \frac{\sqrt{2}G_F}{16\pi^2}$. Все остальные обозначения даны в выражении (3.17).

$WW\ell$ треугольные диаграммы

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & 2 \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i\Gamma_{\lambda}^{(\ell N)} \right] i\Delta_W^{\lambda\alpha}(k_1) \left[-ieV_{\alpha\mu\beta}(q, -k_1, -k_2) \right] \\ & \times i\Delta_W^{\beta\nu}(-k_2) \left[i\bar{\Gamma}_{\nu}^{(\ell N)} \right] v(p_+) \left[i\Delta_F(p_- - k_1) \right] \mathcal{A}^{\mu}(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) = & \frac{1}{16\pi} \left(|A_L^{(\ell N)}|^2 - |A_R^{(\ell N)}|^2 \right) \left(I_W - J_W + \frac{1}{2} a_W L_W - \frac{3}{2} L_W \right). \end{aligned}$$

Вершинная функция $V_{\alpha\mu\beta}(r_1, r_2, r_3)$ имеет стандартный вид:

$$V_{\alpha\mu\beta}(r_1, r_2, r_3) = (r_1 - r_2)_{\beta} g_{\mu\alpha} + (r_2 - r_3)_{\mu} g_{\alpha\beta} + (r_3 - r_1)_{\alpha} g_{\beta\mu}, \quad r_1 + r_2 + r_3 = 0.$$

$$T_i(q^2) = g_F(1 - \alpha_W) \int_0^1 \left\{ -\frac{1}{2}(3 - x)\sqrt{x} - \left[\frac{9}{4} - \frac{5}{2}x + \frac{x^2}{4} \right] \ln \left(\frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \right) \right\} \frac{dx}{(1 - \alpha_W x)},$$

где $\alpha_k = (1 - 4m_k^2/q^2)^{-1}$.

$W\phi\ell$ треугольные диаграммы

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & 2 \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i\Gamma_{\lambda}^{(\ell N)} \right] i\Delta_W^{\lambda\alpha}(k_1) (iem_W g_{\alpha\mu}) \\ & \times i\Delta_{\phi+}(-k_2) \left[i\bar{\Gamma}^{(\ell N)} \right] v(p_+) \left[i\Delta_F(p_- - k_1) \right] \mathcal{A}^{\mu}(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) = & \frac{m_W}{16\pi q^2} \left[\left(A_R^{(\ell N)} B_L^{(\ell N)*} - A_L^{(\ell N)} B_R^{(\ell N)*} \right) L_W m_{\ell} \right. \\ & \left. + \left(A_L^{(\ell N)} B_L^{(\ell N)*} - A_R^{(\ell N)} B_R^{(\ell N)*} \right) (L_W + J_W) m_i \right], \end{aligned}$$

$$T_i(q^2) = g_F(1 - \alpha_W) \left(-\frac{\beta}{4}\right) \int_0^1 \left(\frac{1-x}{1-\alpha_W x}\right) \ln\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right) dx.$$

$\phi W \ell$ треугольные диаграммы

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= 2 \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i\Gamma^{(\ell N)} \right] i\Delta_{\phi+}(k_1)(iem_W g_{\mu\beta}) \\ &\quad \times i\Delta_W^{\beta\nu}(-k_2) \left[i\bar{\Gamma}_\nu^{(\ell N)} \right] v(p_+) [i\Delta_F(p_- - k_1)] \mathcal{A}^\mu(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) &= \frac{m_W}{16\pi q^2} \left[\left(B_L^{(\ell N)} A_R^{(\ell N)*} - B_R^{(\ell N)} A_L^{(\ell N)*} \right) L_W m_\ell \right. \\ &\quad \left. + \left(B_L^{(\ell N)} A_L^{(\ell N)*} - B_R^{(\ell N)} A_R^{(\ell N)*} \right) (L_W + J_W) m_i \right]. \end{aligned}$$

Реальная часть данной диаграммы равна вкладу $W\phi\ell$ диаграммы.

$\phi\phi\ell$ треугольные диаграммы

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= 2 \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i\Gamma^{(\ell N)} \right] i\Delta_F(p_- - k_1)[-ie(k_2 - k_1)_\mu] \\ &\quad \times \left[i\bar{\Gamma}^{(\ell N)} \right] v(p_+) i\Delta_{\phi+}(k_1) i\Delta_{\phi+}(-k_2) \mathcal{A}^\mu(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) &= \frac{I_W}{32\pi} \left(|B_L^{(\ell N)}|^2 - |B_R^{(\ell N)}|^2 \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_i(q^2) &= g_F(1 - \alpha_W) \left(-\frac{\beta}{8}\right) \\ &\quad \times \int_0^1 \left\{ (1+x)\sqrt{x} - \frac{1}{2}(1+x)^2 \ln\left(\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right) \right\} \frac{dx}{(1-\alpha_W x)}, \end{aligned}$$

ffZ диаграмма поляризационного вида

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= - \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i(\Gamma_\nu^{(N)} + \Gamma_\nu^{(NC)}) \right] i\Delta_Z^{\nu\rho}(q) [i\Gamma_\rho^{(f)}] \\ &\quad \times i\Delta_F(-k_2) (-ieQ_f \gamma_\mu) i\Delta_F(k_1) v(p_+) \mathcal{A}^\mu(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) &= \frac{1}{16\pi} \left[A_R^{(N)} - A_L^{(N)} \right] \left[A_R^{(f)} + A_L^{(f)} \right] \sqrt{a_f} \left(1 - \frac{a_f}{3} \right) \left(1 - \frac{m_Z^2}{q^2} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

$$T_i(q^2) = -2g_F(1 - \alpha_f)\Omega \sum_f (g_L^f + g_R^f) \int_0^1 \sqrt{x} \left(1 - \frac{x}{3}\right) \frac{dx}{(1 - \alpha_f x)(x \pm c_f)},$$

где знак (+) в знаменателе подынтегральной функции соответствует $f = t$ кварку, а знак (-) $f = u, d, s, c, b$ кваркам.

WWZ диаграмма поляризационного вида

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i(\Gamma_\nu^{(N)} + \Gamma_\nu^{(NC)}) \right] i\Delta_Z^{\nu\rho}(q) \\ &\quad \times \left[-ig \cos \theta_W V_{\rho\alpha\beta}(-q, k_2, k_1) \right] \\ &\quad \times i\Delta_W^{\alpha\alpha'}(k_1) i\Delta_W^{\beta\beta'}(k_2) \left[-ie V_{\mu\alpha'\beta'}(q, -k_1, -k_2) \right] v(p_+) \mathcal{A}^\mu(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) &= \frac{g \cos \theta_W}{96\pi} \left[A_R^{(N)} - A_L^{(N)} \right] \frac{(23q^2 + 16m_W^2)\sqrt{a_W}}{q^2 - m_Z^2}. \\ T_i(q^2) &= -\frac{g_F}{12}(1 - \alpha_W) \cos^2 \theta_W \int_0^1 \frac{(108 - 16x)\sqrt{x}dx}{(c_W + x)(1 - \alpha_W x)}. \end{aligned}$$

WφZ диаграмма поляризационного вида

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i(\Gamma_\nu^{(N)} + \Gamma_\nu^{(NC)}) \right] i\Delta_Z^{\nu\rho}(q) \\ &\quad \times \left(-igm_Z \sin^2 \theta_W g_{\rho\alpha} \right) i\Delta_W^{\alpha\alpha'}(k_1) i\Delta_{\phi^+}(-k_2) \\ &\quad \times (iem_W g_{\alpha'\mu}) v(p_+) \mathcal{A}^\mu(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) &= \frac{g \sin^2 \theta_W}{16\pi} \left[A_R^{(N)} - A_L^{(N)} \right] \frac{m_W m_Z \sqrt{a_W}}{q^2 - m_Z^2}. \\ T_i(q^2) &= -\frac{g_F}{2}(1 - \alpha_W) \sin^2 \theta_W \int_0^1 \frac{(1 - x)\sqrt{x}dx}{(c_W + x)(1 - \alpha_W x)}. \end{aligned}$$

φφZ диаграмма поляризационного вида

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \int d\varrho \bar{u}(p_-) \left[i(\Gamma_\nu^{(N)} + \Gamma_\nu^{(NC)}) \right] i\Delta_Z^{\nu\rho}(q) \\ &\quad \times \left[-ig \frac{1 - 2 \sin^2 \theta_W}{2 \cos \theta_W} (k_1 - k_2)_\rho \right] \\ &\quad \times i\Delta_{\phi^+}(-k_2) i\Delta_{\phi^-}(k_1) \left[ie(k_1 - k_2)_\mu \right] v(p_+) \mathcal{A}^\mu(q), \\ \text{Im } q^2 T_i(q^2) &= \frac{g(1 - 2 \sin^2 \theta_W)}{96\pi \cos \theta_W} \left[A_R^{(N)} - A_L^{(N)} \right] \frac{a_W^{3/2}}{1 - m_Z^2/q^2}. \end{aligned}$$

$$T_i(q^2) = -\frac{g_F}{3}(1 - \alpha_W)(1 - 2 \sin^2 \theta_W) \int_0^1 \frac{x^{3/2} dx}{(c_W + x)(1 - \alpha_W x)}.$$

6.5 К вопросу об электромагнитном токе Майорановского нейтрино

В данном приложении мы рассмотрим вопрос об общем виде электромагнитного тока майорановского нейтрино в анапольной параметризации с квантовополевой точки зрения. Разложение полей нейтрино и антинейтрино по плоским волнам имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} N_\alpha(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_h \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2k_0}} \left[u_\alpha(\mathbf{k}, h) a(\mathbf{k}, h) e^{-ikx} + v_\alpha(\mathbf{k}, h) a^\dagger(\mathbf{k}, h) e^{+ikx} \right] \\ \bar{N}_\alpha(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_h \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2k_0}} \left[\bar{u}_\alpha(\mathbf{k}, h) a^\dagger(\mathbf{k}, h) e^{+ikx} + \bar{v}_\alpha(\mathbf{k}, h) a(\mathbf{k}, h) e^{-ikx} \right], \end{aligned} \quad (6.74)$$

который эквивалентен описанию майорановского нейтрино в терминах двухкомпонентных спиноров [124]

$$N = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi \\ -i\sigma_2 \phi^* \end{pmatrix}, \quad (6.75)$$

где двухкомпонентное поле $\phi(x)$ определено как

$$\begin{aligned} \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}, h} \left\{ h \left(\frac{k_0 + h|\mathbf{k}|}{2k_0} \right)^{1/2} a(\mathbf{k}, h) \varphi(\mathbf{k}, h) e^{-ikx} \right. \\ \left. + \left(\frac{k_0 - h|\mathbf{k}|}{2k_0} \right)^{1/2} a^\dagger(\mathbf{k}, h) \varphi(\mathbf{k}, -h) e^{+ikx} \right\}. \end{aligned}$$

Соотношение между четырехкомпонентными спинорами u, v и двухкомпонентными ортонормализованными собственными состояниями спиноров имеет вид

$$u(\mathbf{k}, h) = \begin{pmatrix} h\sqrt{k_0 + h|\mathbf{k}|} \varphi(\mathbf{k}, h) \\ -h\sqrt{k_0 - h|\mathbf{k}|} \varphi(\mathbf{k}, h) \end{pmatrix}, \quad v(\mathbf{k}, h) = \begin{pmatrix} \sqrt{k_0 - h|\mathbf{k}|} \varphi(\mathbf{k}, h) \\ \sqrt{k_0 + h|\mathbf{k}|} \varphi(\mathbf{k}, h) \end{pmatrix},$$

где символ $h = \pm 1$ обозначает спиральность. В последующих вычислениях будем использовать следующие нормировки

$$\bar{u}(\mathbf{k}, h) u(\mathbf{k}, s) = -\bar{v}(\mathbf{k}, h) v(\mathbf{k}, s) = 2m\delta_{hs},$$

$$\begin{aligned}\varphi^\dagger(\mathbf{k}, h)\varphi(\mathbf{k}, s) &= \delta_{hs}, \quad \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\varphi(\mathbf{k}, h) = h|\mathbf{k}|\varphi(\mathbf{k}, h), \\ -i\sigma_2\varphi^*(\mathbf{k}, h) &= h\varphi(\mathbf{k}, -h),\end{aligned}$$

и определение одночастичного состояния

$$|\mathbf{p}, \alpha\rangle = a^\dagger(\mathbf{p}, \alpha)|0\rangle, \quad \langle\mathbf{p}, \alpha|\mathbf{p}', \alpha'\rangle = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}')\delta_{\alpha\alpha'}. \quad (6.76)$$

Используя определение тока

$$J_\mu^{\text{EM}}(0) = : \bar{N}(0)\Gamma_\mu N(0) :$$

и выражение (6.76), беря данный ток между одночастичными состояниями, имеем

$$\langle\mathbf{p}', \beta|J_\mu^{\text{EM}}(0)|\mathbf{p}, \alpha\rangle \sim \bar{u}_\beta(\mathbf{p}')\Gamma_\mu u_\alpha(\mathbf{p}) + \bar{v}_\alpha(\mathbf{p})\Gamma_\mu v_\beta(\mathbf{p}'). \quad (6.77)$$

Принимая во внимание условие Майораны

$$N^C(x) = CN(x)C^{-1} = N(x), \quad N^C = C\bar{N}^T, \quad C = i\gamma_2\gamma_0, \quad (6.78)$$

можно записать

$$\begin{aligned}\bar{v}_\alpha(\mathbf{p})\Gamma_\mu v_\beta(\mathbf{p}') &\equiv -u_\alpha^T(\mathbf{p})\left(C^{-1}\Gamma_\mu C\right)\bar{u}_\beta^T(\mathbf{p}') \\ &= \left[-\bar{u}_\beta(\mathbf{p}')\left(C^{-1}\Gamma_\mu C\right)^T u_\alpha(\mathbf{p})\right]^T \\ &= -\bar{u}_\beta(\mathbf{p}')\left(C^{-1}\Gamma_\mu C\right)^T u_\alpha(\mathbf{p}),\end{aligned} \quad (6.79)$$

и выражение (6.77) преобразуется к виду

$$\langle\mathbf{p}', \beta|J_\mu^{\text{EM}}(0)|\mathbf{p}, \alpha\rangle \sim \bar{u}_\beta(\mathbf{p}')\Gamma_\mu u_\alpha(\mathbf{p}) - \bar{u}_\beta(\mathbf{p}')\bar{\Gamma}_\mu u_\alpha(\mathbf{p}), \quad \bar{\Gamma}_\mu \equiv \left(C^{-1}\Gamma_\mu C\right)^T. \quad (6.80)$$

Наиболее популярное определение вершинного оператора имеет вид [89, 93]

$$\Gamma_\mu = V\gamma_\mu + A\gamma_\mu\gamma_5 + Mi\sigma_{\mu\nu}q^\nu + Ei\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5 + Sq_\mu + Pq_\mu\gamma_5. \quad (6.81)$$

Используя соотношения

$$C\gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T, \quad C\gamma_5 C^{-1} = \gamma_5^T,$$

$$C^{-1} = C^T = C^\dagger = -C, \quad C^\dagger C = C C^\dagger = I, \quad C^2 = (C^{-1})^2 = -I,$$

можно записать выражение для оператора $\bar{\Gamma}_\mu$ как

$$\bar{\Gamma}_\mu \equiv (C^{-1} \Gamma_\mu C)^T = -V \gamma_\mu + A \gamma_\mu \gamma_5 - M i \sigma_{\mu\nu} q^\nu - E i \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 + S q_\mu + P q_\mu \gamma_5,$$

и в силу (6.80) получаем

$$\langle \mathbf{p}', \beta | J_\mu^{\text{EM}}(0) | \mathbf{p}, \alpha \rangle \Rightarrow \bar{u}_\beta(\mathbf{p}') [A \gamma_\mu \gamma_5 + q_\mu (S + P \gamma_5)] u_\alpha(\mathbf{p}).$$

Принимая во внимание условие $q^\mu J_\mu^{\text{EM}} = 0$, имеем два уравнения

$$S = 0, \quad (m + m')A + Pq^2 = 0,$$

и общая структура электромагнитного тока Майорановского нейтрино принимает вид

$$\langle \mathbf{p}', \beta | J_\mu^{\text{EM}}(0) | \mathbf{p}, \alpha \rangle \Rightarrow \bar{u}_\beta(\mathbf{p}') [G(q^2)(q^2 \gamma_\mu - q_\mu \hat{q}) \gamma_5] u_\alpha(\mathbf{p}). \quad (6.82)$$

где $G(q^2) = -P/(m + m')$, так называемый анапольный момент нейтрино [76]. Совпадение этой параметризации с тороидной параметризацией для $m_i = m_f$ мы обсуждали выше, а непригодность ее для описания процесса излучения очевидна.

Благодарности

В первую очередь я бы хотел поблагодарить мою жену Ларису за ту терпимость, помощь и понимание ко всему тому, что я делал за все эти годы. Несмотря на все перипетии, трудности и невзгоды, которые я встречал за время работы, ее ум и очарование помогли мне закончить начатое дело.

Конечно, эта работа не могла бы начаться без идеи моего научного руководителя Владимира Михайловича Дубовика. В один прекрасный день этот человек, как всегда полный идей и несущий в себе огромную жизненную энергию, зажег во мне искорку, предложив заняться задачей вычисления тороидного момента. И перед вами результат совместной пятилетней работы.

Всеми моими знаниями в области нейтрино я обязан своему первому Учителю, скромному и мудрому человеку, Вадиму Александровичу Наумову. Начав работать с ним еще на студенческой скамье, я до сих пор обучаюсь его умению видеть великое в малом.

Очень важно для меня поблагодарить проф. С. А. Бунятова, под чьим руководством мне довелось начать свою экспериментальную карьеру.

Я не могу оставить без упоминания мою коллегу, очаровательную девушку, Лену Букину за помощь и сотрудничество.

Мне бы особо хотелось поблагодарить весь коллектив кафедры теоретической физики Иркутского Государственного Университета, в частности, Александра Николаевича Валла, Сергея Коренблита, Володю Левианта, которые научили меня основам теоретической физики и раскрыли для меня красоту этой науки.

На протяжении всех этих лет мне было легко и приятно работать в двух замечательных группах. За время пребывания в Дубне мне посчастливилось работать в дружном коллективе отдела физики элементарных частиц ЛЯП. Мне бы хотелось особо отметить Бориса Попова, Олега Климова, Юру Нефедова, Лешу Красноперова, Славу Валугева и Славу Терещенко за ту атмосферу, в которой хорошо и удобно работать, а также за то, что они помогли мне открыть экспериментальную физику нейтрино. Я не могу оставить без внимания и Ирину Ивановну, нашего секретаря, которая была основой этого коллектива.

Мне также было очень приятно провести годичную стажировку в европейской лаборатории ядерных исследований (CERN, Женева), где мне посчастливилось работать в не менее увлеченном и дружном интернациональном

коллективе. Мне бы хотелось поблагодарить Juan-Jose Gomez-Cadenas (Spain), Eduardo do Couto e Silva (Brasil), J. Kokkonen (Finland), M. Ellis (Australia), A. Cervera-Villanueva (Spain), L. Linssen (CERN), P. Soler (Australia) за то, что они ввели меня в физику нейтрино высоких энергий. Особенно мне бы хотелось поблагодарить Juan-Jose и Eduardo за их неисчерпаемый энтузиазм и настоящую дружбу, которая не знает границ.

Мне также хотелось бы поблагодарить всю коллаборацию NOMAD, где мне довелось работать и изучать экспериментальный аспект нейтринной физики.

Эта работа была бы невозможна без поддержки двух крупнейших институтов ОИЯИ и CERN'a, в стенах которых я работал.

И в заключение я бы хотел поблагодарить моих родителей за то, что они дали мне возможность учиться основам физики и всячески поддерживали на протяжении многих лет.

Список литературы

- [1] W. Pauli, unpublished (1930) *Letter to the Physical Society of Tübingen* ; the letter is reproduced in K. Winter (ed.), *Neutrino Physics*, (Cambridge, 1991) 4
- [2] E. Fermi, *Zeit. f. Physik* **88** (1934) 161
- [3] H. Bethe and C.I. Peierls, *Nature* **133** (1934) 532
- [4] F. Reines and C.L. Cowan, Jr., *Phys. Rev.* **90** (1953) 492
F. Reines and C.L. Cowan, Jr., *Phys. Rev.* **92** (1953) 830
- [5] F. Reines et al., *Science* **124** (1956) 103
- [6] T.D. Lee and C.N. Yang, *Phys. Rev.* **104** (1956) 254
- [7] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264
A. Salam, *Proc. 8th Nobel Symposium* (1968) 367
- [8] F.T. Hasert et al., *Phys. Lett.* **B46** (1973) 138
- [9] M.L. Perl et al., *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1489
- [10] Particle Data Group, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 1194
- [11] F. Boehm, P. Vogel, *Physics of Massive Neutrinos* (Cambridge University Press, 1987)
- [12] M. Fukugita, T. Yanagida, *Physics and Astrophysics of Neutrinos*, (Springer-Verlag, Tokyo 1994)
- [13] C. Jarlskog in *Le Neutrino et ses Mysteres*, Ecole d'ete de physique des particules, Gif-sur-Yvette (1992)
- [14] P. Langacker, *Neutrino Mass*, Lectures presented at TASI-90, Philadelphia, UPR 0470T (1991)
- [15] C.W Kim, A. Pevsner, *Neutrinos in Physics and Astrophysics*, (Harwood Academic Publishers, 1993)
- [16] K. Winter (ed.), *Neutrino Physics*, (Cambridge, 1991)

- [17] E. Majorana, *Nuovo Cimento* **14** (1937) 171
- [18] M. Gell-Mann, P. Ramond, S. Slansky in *Supergravity*, eds. P. van Nieuwenhuizen, D.Z. Freedman, (North Holland, Amsterdam 1979) 315
T. Yanagida, *Proc. Workshop on Unified Theory and the Baryon Number of the Universe*, KEK, eds. O. Sawada, A. Sugimoto (1979)
- [19] B. Pontecorvo, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33** (1957) 549
B. Pontecorvo, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **34** (1958) 247
- [20] Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata, *Prog. Theor. Phys.* **28** (1962) 870;
B. Pontecorvo, *Sov. Phys. JETP* **26** (1968) 984
- [21] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531
M. Kobayashi, T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1972) 652
- [22] V. E. Kuznetsov and V. A. Naumov, *Nuovo Cimento* **108A** (1995) 1451
- [23] L. Wolfenstein, *Phys. Rev.* **D17** (1978) 2369
- [24] S.P. Mikheyev, A.Yu. Smirnov, *Nuovo Cimento* **C9** (1986) 17
- [25] H.A. Bethe, *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 1305
- [26] B. W. Lee, R. E. Shrock, *Phys. Rev.* **D16** (1977) 1444; K. Fujikawa, R. E. Shrock, *Phys. Rev. Lett.* **45** (1980) 963
- [27] R.G.H. Robertson et al., *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 957
- [28] A.I. Belesev et al., *Nucl. Phys.*
- [29] C.H. Weinheimer et al., *Phys. Lett.* **B300** (1993) 210
- [30] V.M. Lobashev et al., *Nucl. Instr. Meth.* **A240** (1985) 305
- [31] H. Kawakami et al., *Phys. Lett.* **B256** (1991) 105
- [32] E. Holzschuh et al., *Phys. Lett.* **B287** (1992) 381
- [33] R.M. Bionta et al., *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 1494
- [34] R.G.H. Robertson et al., *Workshop on Particle and Nuclear Astrophysics and Cosmology*, Snowmass, Colorado (1994)

- [35] K.S. Hirata et al., Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 1490
- [36] E.W. Kolb, A.J. Stebbins and M.S. Turner, Phys. Rev. **D35** (1987) 3598
- [37] K. Assamagan et al., Phys. Lett. **B335** (1994) 231
- [38] L. Passalacqua, Nucl. Proc. B (Proc. Suppl.) **55C** (1997) 435
- [39] J.E.. Campagne in *Le Neutrino et ses Mysteres*,
Ecole d'ete de physique des particules, Gif-sur-Yvette (1992)
- [40] A. Balysh et al., Phys. Lett. **B322** (1994) 176
- [41] E. Fiorini et al., Phys. Lett. **B45** (1967) 602
- [42] A. Balysh et al., Phys. Lett. **B322** (1995)
- [43] G. Zacek et al., Phys. Rev. **D34** (1986) 2621
- [44] Y. Declais et al., Nucl. Phys. **B434** (1995) 503
- [45] H. de Kerret et al., The CHOOZ Experiment, Proposal, LAPP Report
(1993)
- [46] C. Athanassopoulos et al., Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 2650
- [47] C. Athanassopoulos et al., Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 3082, Phys. Rev.
C54 (1996) 2685
- [48] B. Zeitnitz et al., Prog. Part. Nucl. Phys. **32** (1994) 351
- [49] B. Zeitnitz et al., Phys. Blatter **52** (1996) 545
- [50] CHORUS Collaboration, Proposal, CERN-SPSLC/90-42 (1990)
- [51] J. Altegoer, et al., Nucl. Instr. and Meth. **A404** (1998) 96
- [52] J. Altegoer, et al., Phys. Lett. **B431** (1998) 219
- [53] J. J. Gomez-Cadenas, J. A. Hernando and A. Bueno Nucl. Instr. and
Meth. **A378** (1996) 196
- [54] TOSCA Collaboration, CERN-SPSC/97-5

- [55] G. Barichello, et al., Nucl. Instr. and Meth. **A413** (1998) 17; **A419** (1998) 1
- [56] K. S. Hirata et al., Phys. Lett. **B280** (1992) 146
- [57] R. Becker-Szendy et al., Phys. Rev. **D46** (1992) 3720
- [58] Ch. Berger et al., Z. Phys. **C66** (1995) 417
- [59] M. Aglietta et al., Europ. Lett. **8** (1989) 611
- [60] M. C. Goodman et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **B38** (1995) 337
- [61] Y. Fukuda et al., Phys. Lett. **B335** (1994) 237
- [62] Y. Suzuki et al., Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B38** (1995) 358
- [63] M. Koshiya et al., Phys. Rep. **220** (1992) 358
- [64] B. T. Cleveland et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **B38** (1995) 47
- [65] P. Anselmann et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **B38** (1995) 68
- [66] J. N. Abdurashitov et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **B38** (1995) 60
- [67] J. N. Bachcall and M. Pinsonneault, Rev. Mod. Phys. **64** (1992) 885
- [68] S. Turck-Chieze and I. Lopes, Astrophys J. **408** (1993) 347
- [69] A. Dar and G. Shaviv, Astrophys J. **468** (1996) 933
- [70] H. H. Chen et al., Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 1534
- [71] S. Bonetti et al., Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **A28** (1992) 486
- [72] Cisneros, Astrophys. Space. Sci. **10** (1981) 87
- [73] M. B. Voloshin and M. I. Vysotsky, ITEP Report No. 1 (1986); L. B. Okun, Yad. Fiz. **44** (1986) 847; L. B. Okun, M. B. Voloshin and M. I. Vysotsky, Yad. Fiz. **44** (1986) 754; C.-Sa Lim and W. J. Marciano, Phys. Rev. **D37** (1988) 1368
- [74] WWW адрес: <http://www.hep.anl.gov/NDK/Hypertext/nuindustry.html>

- [75] P. F. Harrison, D. H. Perkins and W. G. Scoot, Phys. Lett. **349** (1995) 137; G. Conforto et al., hep-ph/9606226; A.Acker and S. Pakvasa hep-ph/9611423
- [76] Ya. B. Zel'dovich: Zh. Eksp. Teor. Fiz. **33** (1957) 1531 [Sov. Phys. JETP **6** (1958) 1184]
- [77] V. M. Dubovik, A. A. Cheshkov: Phys. Part. Nucl. **5** (1974) 791
- [78] V. M. Dubovik, V. E. Kuznetsov, Preprint JINR E2-96-53, Dubna, 1996; hep-ph/9606258
- [79] V. M. Dubovik, V. E. Kuznetsov, Int. J. Mod. Phys. **A13** (1998) 5257
- [80] E. N. Bukina, V. M. Dubovik, V. E. Kuznetsov, Phys. Lett. **B453** (1998) 134
- [81] E. N. Bukina, V. M. Dubovik, V. E. Kuznetsov, Yad. Fiz. **61** (1998) 1129 [Sov. Part. Atom. Nucl., **61** (1998) 1035]
- [82] V. M. Dubovik: JINR Rapid Communication **3 [36]** (1989) 39; V. M. Dubovik, S. V. Shabanov: Phys. Lett. A **142** (1989) 203; J. Math. A: Math. Gen. **23** (1990) 3245; *In special issue* "Essays on the formal aspects of electromagnetic theory." *Edited by* A. Lakhakia. World Scientific. Singapore. 1993. pp. 399-474.
- [83] E. Radescu: Phys. Rev. D **32** (1985) 1266
- [84] Z. Z. Aydin, S. A. Baran, A. O. Barut: Nucl. Phys. B **55** (1973) 601; S. A. Baran: Nucl. Phys. B **62** (1973) 333; N. Dombey, A. D. Kennedy: Phys. Lett. B **91** (1980) 428; M. Abak, C. Aydin: Europhysics Letters **4** (1987) 881
- [85] H. Czyz, K. Kolodziej, M. Zralek: Can. J. Phys. **66** (1988) 132; M. J. Musolf, B. R. Holstein: Phys. Rev. D **43** (1991) 2956
- [86] J. L. Lucio, A. Rosado, A. Zapeda: Phys. Rev. D **31** (1985) 1091; G. Degrassi, A. Sirlin: Phys. Rev. D **39** (1989) 287
- [87] V. M. Dubovik, L. A. Tosunyan: Sov. J. Part. Nucl. **14** (1983) 504; V. M. Dubovik, V. V. Tugushev: Phys. Rep. **187** (1990) 146

- [88] A. Gongora-T., R. G. Stuart: *Z. Phys. C* **55** (1992) 101
- [89] I. Yu. Kobzarev, L. B. Okun: *In Problems of Theoretical Physics*. Publishing House "Nauka". Moscow. 1972. pp. 219-224; B. Kayser: *Phys. Rev. D* **26** (1982) 1662; *Phys. Rev. D* **30** (1984) 1023; J. F. Nieves: *Phys. Rev. D* **26** (1982) 3152
- [90] Е. Н. Букина, В. М. Дубовик и В. Е. Кузнецов, препринт ОИЯИ, P2-97-412
- [91] V. B. Semikoz, Ya. A. Smorodinsky: *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **48** (1988) 361 [*JETP Lett.* **48** (1988) 399]; *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **95** (1989) 35 [*Sov. Phys. JETP* **68** (1989) 20]
- [92] S. Weinberg, G. Feinberg: *Phys. Rev. Lett.*, **3** (1959) 111; A. M. Perelomov, Ya. B. Zel'dovich: *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **39** (1960) 1115 [*Sov. Phys. JETP*, **12** (1961) 777]
- [93] E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevsky: *Relativistic quantum theory*. Moscow. 1971.
- [94] A. I. Achiezer, V. B. Berestetsky: *Quantum electrodynamics*. Moscow. 1971.
- [95] Particle Data Group, *Europ. Phys. J.* **C3** (1998) 1
- [96] F. Reines et al., *Phys. Rev. Lett.* **37** (1976) 315; A. V. Kyuldjiev, *Nucl. Phys.* **B243** (1984) 387; H. Grotch and R. Robinett, *Z. Phys.* **C39** (1988) 553
- [97] D. Grasso, M. Pietroni and A. Riotto, *Phys. Rev.* **D49** (1994) 5824
- [98] V. L. Ginzburg, V. N. Tsytovich: *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **88** (1985) 84 [*Sov. Phys. JETP* **61** (1985) 48]
- [99] В. В. Гилевский, И. С. Сацункевич, *Ядер. Физ.* **60** (1997) 910
- [100] J. L. Lucio, A. Rosado, and A. Zepeda *Phys. Rev.* **D31** (1985) 1091; G. Degrassi, A. Sirlin and W. Marciano *Phys. Rev.* **D39** (1989) 287
- [101] R. C. Allen et al., *Phys. Rev.* **D47** (1993) 11

- [102] V. M. Dubovik, E. N. Bukina, V. E. Kuznetsov O. Smirnov, unpublished.
- [103] M. Sakuda, Phys. Rev. Lett. **72**, 804 (1995); M. Sakuda and Y. Kurihara, Phys. Rev. Lett. **74**, 1284 (1995).
- [104] V. A. Naumov: Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **54** (1991) 189 [JETP Lett. **54** (1991) 185]; Zh. Eksp. Teor. Fiz. **101** (1992) 3 [Sov. Phys. JETP, **74** (1992) 1]; Intern. J. Mod. Phys. D **1** (1992) 397
- [105] V. A. Naumov: Phys. Lett. B **323** (1994) 351
- [106] J. Schechter, J. W. F. Valle: Phys. Rev. D **21** (1980) 309; **22** (1980) 2227; J. W. F. Valle: Prog. Part. Nucl. Phys. **26** (1991) 91
- [107] L. Wolfenstein: Phys. Rev. D **17** (1978) 2369; Phys. Rev. D **20** (1979) 2634; S. P. Mikheyev and A. Yu. Smirnov: Yad. Fiz. **42** (1985) 1441 [Sov. J. Nucl. Phys. **42** (1985) 913]; Nuovo Cimento C **9** (1986) 17
- [108] M. V. Berry: Proc. R. Soc. London A **392** (1984) 45
- [109] В. М. Дубовик и др., УФН
- [110] S. E. Korenblit, V. E. Kuznetsov and V. A. Naumov, Proc. Int. Conf. Quantum Systems: New Trends and Methods, Minsk 1995, ed. by A. O. Barut et al., Singapore, World Sci. (1995) p. 209
- [111] А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий, *Квантовая электродинамика*, М.: Наука, (1969).
- [112] G. Barton, *Introduction to Dispersion Techniques in Field Theory*, Benjamin, (1965).
- [113] В. М. Дубовик, ЯФ, **3**, 148 (1966) [Sov. J. Nucl. Phys., **3**, 105 (1966)].
- [114] Л.Б. Окунь, *Слабые взаимодействия элементарных частиц*, М.: ФМ, (1963).
- [115] R. G. Sachs, Phys. Rev., **126**, 2256 (1962).
- [116] I.Yu. Kobzarev, L.B. Okun', M.V. Terent'ev, ZhETF Pis. Red., **2**, 9, (1965). [JETP Lett., **2**, 5 (1965)]; A.D. Dolgov, ZhETF Pis. Red., **2**, 6 (1965) [JETP Lett., **2**, 3 (1965)].

- [117] Ya. B. Zel'dovich, Zh. Eksp. Teor. Fiz., **33**, 1531 (1957) [Sov. Phys.-JETP, **6**, 1184 (1958)].
- [118] Ya.B. Zel'dovich, A.M. Perelomov, Zh. Eksp. Teor. Fiz., **39**, 1115 (1960) [Sov. Phys.-JETP, **12**, 777 (1961)].
- [119] В.М. Дубовик, Л.А. Тосунян, ЭЧАЯ, т.14, вып.5, 1191 (1983).
- [120] X. Пилькун, *Физика релятивистских частиц*, М.:Мир, (1983).
- [121] В.М. Дубовик, А.А. Чешков, ЭЧАЯ, т.5, вып.3, 791 (1974).
- [122] J. Gluza, M. Zralek: Phys. Rev. D **45** (1992) 1693; Phys. Rev. D **48** (1993) 5093.
- [123] L.-F. Li, T.-P. Cheng: Gauge theory of elementary particle physics. Clarendon Press. Oxford. 1984; K. Aoki et al.: Suppl. Prog. Theor. Phys. **73** (1982).
- [124] P. D. Mannheim, Inter. J. Theor. Phys. **23** (1984) 643
- [125] В. Б. Семикоз, Я. А. Смородинский, ЖЭТФ **95** (1989) 35; V. N. Oraevskii, V. B. Semikoz and Ya. F. Smorodinskii Phys. Part. Nucl. **25** (1994) 129